

Министерство образования Нижегородской области  
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
«Чкаловский техникум транспорта и информационных технологий»

**Методическая разработка учебного занятия  
«Нахождение производной функции»**

Преподаватель математики:  
Слепнева И.А.

Чкаловск  
2016

**Учебное занятие**  
**по дисциплине ОУД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия**

**Тема:** Нахождение производной функции.

**Раздел в программе:** Начала математического анализа.

**Курс:** 1(первый).

**Цели урока:**

образовательные:

- ✓ обобщить и систематизировать знания о нахождении производной функции;
- ✓ закрепить умения и навыки нахождения производной, используя таблицу и правила дифференцирования;
- ✓ показать применение производной в практической деятельности человека;

развивающие:

- ✓ развивать мышление: умения определять и объяснять понятия, самостоятельно формулировать выводы;
- ✓ формировать умения четко и ясно излагать свои мысли;
- ✓ формировать навыки коллективной и самостоятельной работы;
- ✓ развивать способности к общению, работе в группе;
- ✓ формирование учебно-познавательной, коммуникативной и рефлексивной компетенций;

воспитательные:

- ✓ воспитывать устойчивый интерес к изучению темы и познавательный интерес к математике;
- ✓ воспитывать ответственное отношение к учебному труду, аккуратности, внимательности, инициативности;
- ✓ воспитывать умение видеть алгебраические задачи в окружающем нас мире.

**Тип занятия:** урок обобщения и систематизации знаний.

**Время:** 90 мин.

**Формы организации учебной деятельности:**

фронтальная, индивидуальная, групповая.

**Оборудование, наглядность, электронные приложения к уроку:**

- компьютер, мультимедийный проектор, интерактивная доска;
- презентация Microsoft PowerPoint;
- раздаточный материал (таблицы, карточки «Математическое лото», карточки-задания с разноуровневым заданием).

**Межпредметные связи:**

- физика;
- химия;
- биология;
- экономика.

### **Пояснительная записка**

Одной из главных тем в курсе дисциплины « Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» является тема «Производная функции». Понятие производной служит средством изучения других вопросов курса математики. А именно производная применяется к исследованию функции, решению текстовых задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции, решению задач прикладного характера. Эта тема создает основу для изучения темы «Первообразная. Интеграл».

Овладение основными математическими знаниями по данной теме дает обучающимся возможность понять:

- физический и геометрический смысл производной функции;
- практическое применение производной.

Полученные знания важны не только как информация: они дают основу для более глубокого изучения курса математического анализа, способствуют развитию логического мышления, памяти обучающихся.

Начиная изучать курс математического анализа, преподаватель должен определить для себя цели:

- формирование навыков вычисления производной функции;
- практическое применение теории.

Поставив перед собой эти цели, преподаватель учит рассуждать, утверждать, применять, последовательно излагать свои мысли, задавать вопросы, отвечать на них, анализировать конкретную ситуацию. Таким образом, у обучающихся вырабатываются навыки в решении задач, которые предопределяют развитие мышления.

Производная функции используется для изучения многообразных явлений и процессов реального мира, т.к. с помощью этого понятия получают единое определение такие понятия, как «мгновенная скорость прямолинейного движения», «скорость химической реакции», «сила тока в цепи» и др.

На учебных занятиях преподавателем используются различные педагогические технологии (например, модульные, информационные, технологии проблемного обучения и др.). Проведение, например занятий с использованием информационных технологий – это мощный ресурс обучения. Посредством таких занятий активизируются познавательные, мотивационные процессы обучения: восприятие, память, внимание, мышление; гораздо активнее и быстрее происходит возбуждение познавательного интереса. Это дает экономию учебного времени и возможность более эффективно его расходовать, повышение уровня информативности, мотивации и интереса к учебной дисциплине и к будущей специальности.

Для оптимизации образовательного процесса при объяснении нового материала используются компьютерные презентации, которые выступают источниками учебной информации и служат наглядными пособиями. Визуальное представление определений, теорем, условий к задачам, обеспечивает эффективное усвоение обучающимися новых знаний и умений.

### План учебного занятия

№ №	Этап урока	Приемы и методы
1. 2.	Организационный момент Целеполагание и мотивация учебной деятельности: постановка целей и задач	Словесный Словесный, метод стимулирования и мотивации учебно-познавательной деятельности
3.	Актуализация ранее усвоенных знаний	Метод развития самостоятельности и активности обучающихся, практический
4. 5. 6.	Работа в группах Письменные упражнения Самостоятельная работа (решение задач из курса физики, химии, экономики)	Практический Практический Метод развития самостоятельности и активности обучающихся, практический
7.	Проверка степени усвоения учебного материала	Метод развития самостоятельности и активности обучающихся, практический
8.	Подведение итогов, домашнее задание, рефлексия	Словесный

## Ход занятия

### 1. Организационный момент.

Приветствие.

Определение отсутствующих студентов.

Проверка домашнего задания.

### 2. Целеполагание и мотивация учебной деятельности.

Сообщение темы занятия, цели.

Китайская мудрость гласит, что «Скажи мне, и я забуду. Покажи мне, и я запомню. Вовлеки меня, и я научусь». Моя задача на сегодняшнем занятии – вас вовлечь, а ваша – научиться. Научиться, прежде всего, анализировать свою деятельность в процессе решения задач. Отгадайте ключевое слово нашего занятия,

- 1) с ее появлением математика перешагнула из алгебры в математический анализ;
- 2) Ньютон назвал ее «флюксийей» и обозначил точкой;
- 3) бывает первой, второй;
- 4) обозначается штрихом.

Да, это производная. Сегодня мы повторим формулы, правила нахождения производной функции, выясним, насколько хорошо вы научились их применять при вычислении производной функции и рассмотрим задачи прикладного характера, при решении которых используется производная. Тема занятия «Нахождение производной функции».

### 3. Актуализация ранее усвоенных знаний.

Фронтальный опрос:

1. Дайте определение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

Вы дали математическое определение производной функции. Я еще раз повторю это определение, но в стихотворной форме.

В данной функции от  $x$ , нареченной  $x$ -ом,

Вы фиксируете  $x$ , отмечая индексом.

Придаете вы ему тотчас приращение,

Тем  $u$  функции самой, вызвав изменение.

Приращений тех теперь, взявши отношение,

Пробуждаете к нулю  $\Delta x$  стремление.

Ответ такого отношения вычисляется

И производною в науке называется.

2. Как называется операция нахождения производной функции?
3. Что необходимо знать для вычисления производной функции?
4. В чем состоит геометрический смысл производной функции?
5. В чем состоит физический смысл производной?
6. Кто разработал теорию дифференциального исчисления?

Производная – одно из фундаментальных понятий математики. Оно возникло в XVII веке в связи с необходимостью решения ряда задач из физики, механики и математики, но в первую очередь для определения скорости

прямолинейного движения и построения касательной к прямой. Независимо друг от друга И. Ньютон и Г. Лейбниц (Приложение 1) разработали аппарат, которым мы и пользуемся в настоящее время.

Знаменитый поэт «Серебряного века» Валерий Брюсов (Приложение 1), который имел математическое образование и делал попытки математического обоснования поэзии, так писал о Лейбнице:

О Лейбниц, о мудрец, создатель вещей книг!  
Ты выше мира был, как древние пророки.  
Твой век, дивясь тебе, пророчеств не постиг  
И с лестью смешивал бездушные упрёки.

Для нахождения производной функции надо знать формулы и правила дифференцирования. Вспомним эти формулы и правила.

**Задание 1.** По таблице №1 (Приложение 2) соотнести функции и их производные. Ответ записать в таблицу №2 (Приложение 2).  
(Идет проверка выполнения задания).

Теперь проверим, как вы умеете применять эти формулы. Найдите производные функций, записанные на ступеньках лестницы (Приложение 3). Левая часть лестницы для 1 ряда, правая часть - для 2 ряда. Ваша задача – как можно больше заработать баллов за правильный ответ. (Правильное решение – 1 балл)

*(Студенты выполняют задание устно, комментируя при этом, что применяли при вычислении. Преподаватель обращает внимание на речь студентов. Идет соревнование между рядами).*

**Задание 2.** Найдите производные функций:

Для 1 ряда:  $x^5, x^{-3}, 2x^8, \cos x + \sin x, x^6 + x^2 - 2, \ln x - e^x$ .

Для 2 ряда:  $2x^3, x^{-3}, \frac{1}{x^5}, \sin x - 2 \cos x, x^2 - x^4 + 3, x + \ln x + 2e^x$ .

#### **4. Работа в группах.**

Теперь предлагаю объединиться в группы по 4 человека. Давайте поиграем в математическое лото. На столах в конвертах лежат карточки (Приложение 4). Для каждого выражения надо найти его производную. На обратной стороне карточек написаны цифры. Когда задание будет выполнено, карточки надо перевернуть стороной с цифрами вверх. Правильность выполнения задания проверим, сравнив полученные цифры с цифрами на доске.

*(Студенты выполняют задание).*

#### **5. Письменные упражнения.**

**Задание 3.** А сейчас работа усложняется. Решите уравнение  $y' = 0$ , если

а)  $y = 4x^2 - 3x + 2$ ,

б)  $y = 3x^5 - 2x^4 + 6$ ,

в)  $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ .

Вопросы студентам.

1. Что значит решить уравнение? (Найти корни или доказать, что их нет)
2. Что называется корнем уравнения? (Значение переменной  $x$ , при котором уравнение обращается в верное равенство)
3. А какие уравнения вы знаете?

Теперь давайте составим алгоритм решения нашего уравнения. (Студенты предлагают свои способы решения).

Алгоритм решения:

1. Найти  $y'$ , т.е. производную функции  $y$ .
2. Приравнять найденную производную к нулю.
3. Решить полученное уравнение.

(Студенты выполняют задания на доске с пояснениями).

### **6. Самостоятельная работа в группе (решение задач из курса физики, химии, экономики).**

Н.И.Лобачевский говорил, что «...нет ни одной области в математике, которая когда-либо не окажется применимой к явлениям действительного мира...». И это действительно так. В настоящее время понятие производной находит большое применение в различных областях науки и техники. Рассмотрим задачи, где применяется производная функции.

(Студенты решают одну задачу в группе. После решения представитель группы показывает краткое решение на доске).

#### **Производная в физике.**

Применение в физике очень обширно. Рассмотрим несколько примеров применения производной в физических задачах.

Механическое движение-это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени. Основной характеристикой механического движения служит скорость.

1. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от него до некоторой точки  $A$  изменяется по закону  $S(t) = 4 + 3t - 0,3t^2$  (м).

Через какое время после начала движения тело остановится?

2. Количество электричества, протекающее через проводник, задается формулой  $q(t) = t + \frac{4}{t}$  (Кл). В какой момент времени ток в цепи равен 0? (

$$I = q'(t) )$$

3. Автомобиль приближается к мосту со скоростью 72 км/ч. У моста висит дорожный знак «36 км/ч». За 7 сек. до въезда на мост, водитель нажал на тормозную педаль. С разрешаемой ли скоростью автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой  $S = 20t - t^2$  (м) .(  $V = S'(t)$  ) (21 км/ч, 6 км/ч)

#### **Производная в химии.**



Скорость химической реакции – один из решающих факторов, который нужно учитывать во многих областях научно-производственной деятельности. Одни реакции проходят практически мгновенно, другие идут очень медленно.

1. Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается формулой  $p(t) = \frac{t^2}{2} + 3t - 2$  (моль). Найдите скорость химической реакции через 3 сек. ( $V(t) = p'(t)$ )
2. Найдите скорость химической реакции в момент времени  $t=10$  сек, если концентрация исходного продукта меняется по закону  $C(t) = -50e^{-0.2t}$ . ( $V = C'(t)$ )

### Производная в биологии.

Вспомним, из курса биологии, что такое популяция?

Популяция – это совокупность особей данного вида, занимающих определённый участок территории внутри ареала вида, свободно скрещивающихся между собой и частично или полностью изолированных от других популяций, а также является элементарной единицей эволюции.

1. Популяция бактерий в момент  $t$  с изменяется по закону

$$x(t) = 3000 + 100t^2 \quad \text{Найти скорость роста}$$

популяции в момент  $t = 1$  с ( $P = x'(t)$ )

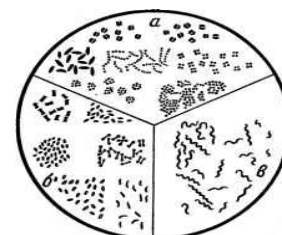


Рис. 11. Формы бактерий.  
а – шаровидные; б – палочковидные; в – извитые

### Производная в экономике.

1. Объем продукции  $V$  цеха в течение дня зависит от времени по закону

$$V(t) = \frac{5}{3}t^3 - 15t^2 + 50t + 70, \text{ где } 1 < t < 8.$$

Найдите производительность труда  $P$  при  $t=7$  ч. ( $P(t) = V'(t)$ )

### Производная в математике.

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции  $f(x) = 2x^3 - 4x + 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .
2. Найдите длину окружности, если её радиус равен половине площади прямоугольного треугольника с катетами 3 см и 4 см ( $C = S'_{\text{круга}}$ )

### 7. Проверка степени усвоения учебного материала.

А теперь проверим, насколько каждый из вас умеет решать задачи на нахождение производной функции. Проводим самостоятельную работу. В карточке задания 3-х уровней (Приложение 4).

На оценку «3» задания под А.

На оценку «4» - задания под Б.

На оценку «5» надо решить задание под С.

Вы выбираете себе задание по своим возможностям.

*(Самостоятельная работа студентов по карточкам, решение разноуровневых задач).*

#### **8. Подведение итогов занятия, домашнее задание, рефлексия.**

И в заключение нашего занятия я еще раз хочу подчеркнуть важность изучаемого нами материала. Понятие производной функции находит практическое применение в нашей жизни.

Американский математик Морис Клайн писал, что

«Музыка может возвышать или умиротворять душу,

Живопись - радовать глаз,

Поэзия - пробуждать чувства,

Философия - удовлетворять потребности разума,

Инженерное дело - совершенствовать материальную сторону жизни,  
а математика способна достичь всех этих целей».

*(Преподаватель оценивает деятельность студентов на занятии, выставляет оценки, задает домашнее задание и дает инструкции по его выполнению).*

Домашнее задание:

Составить 5 примеров на нахождение производной функции и решить их.

Давайте оценим нашу работу на занятии.

*(Преподаватель задает вопросы обучающимся по восприятию занятия)*

- Что вы сегодня повторили?

- Чему вы сегодня научились?

- Что вам больше всего запомнилось на занятии?

Спасибо за работу.

#### **Литература**

1. Башмаков М. И. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования. – М.:Академия, 2012.
2. Виленкин Н.Я., Шибасов А.П. За страницами учебника математики. – М: Просвещение, 1996.
3. Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В. и др. Алгебра и начала анализа. 11 кл. – М: Мнемозина, 2007.
4. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». – <http://festival.1september.ru>

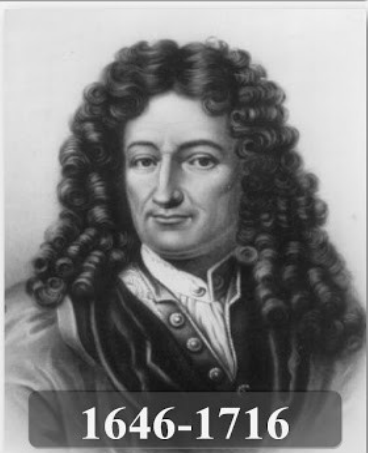
## *Приложение 1.*



И.НЬЮТОН

### ГОТФРИД ВИЛЬГЕЛЬМ ЛЕЙБНИЦ

Немецкий философ, математик, физик и языковед. Он и английский учёный И. Ньютон создали (независимо друг от друга) основы важного раздела математики – математического анализа. Лейбниц ввел многие понятия и символы, употребляемые в математике и сейчас, в частности, им введен термин «функция».



1646-1716



**Приложение 2.**  
В.Брюсов

## Таблицы

1. $(x^p)^{\zeta}$	1. $u^{\zeta} \cdot v + u \cdot v^{\zeta}$
2. $(C)^{\zeta}$	2. 1
3. $(\cos x)^{\zeta}$	3. $C \cdot u^{\zeta}$
4. $(\ln x)^{\zeta}$	4. $\cos x$
5. $(\sin x)^{\zeta}$	5. $e^x$
6. $(e^x)^{\zeta}$	6.0
7. $(x)^{\zeta}$	7. $p \cdot x^{p-1}$
8. $(u \pm v)^{\zeta}$	9. $\frac{u^{\zeta} \cdot v - u \cdot v^{\zeta}}{v^2}$
10. $\left(\frac{u}{v}\right)^{\zeta}$	10. $\frac{1}{x}$
11. $(Cu)^{\zeta}$	11. $-\sin x$
12. $(u \cdot v)^{\zeta}$	12. $u^{\zeta} \pm v^{\zeta}$

### Таблица №2

[illegible]

**Приложение 4.**

**Математическое лото**

$\cos x - 4x$	$5e^x + 1$	$\frac{1}{x^2} + 5$	$x^{-2} + 2\cos x$
$x^3 \cdot \ln x$	$\sin x - 3$	$\frac{\cos x}{x}$	$x^5 - 3x^2 + 4$
$4^x - 2$	$3x^{-2} + 6x - 1$	$2\sqrt{x}$	$e^x \cdot \sin x$

$-\sin x - 4$	$5e^x$	$\frac{-2}{x^3}$	$\frac{-2}{x^3} - 2\sin x$
$3x^2 \ln x + x^2$	$\cos x$	$\frac{-\sin x \cdot x - \cos x}{x^2}$	$5x^4 - 6x$
$4^x \cdot \ln 4$	$-6x^{-3} + 6$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$e^x (\sin x + \cos x)$

**Числа на карточках лото на оборотной стороне**

<b>2</b>	<b>6</b>	<b>11</b>	<b>4</b>
----------	----------	-----------	----------

<b>9</b>	<b>8</b>	<b>1</b>	<b>10</b>
<b>7</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>12</b>

?

*Приложение 3.*

$$\ln x - e^x$$

$$x^2 - x^4 + 3,$$

$$x^6 + x^2 - 2$$

$$x + \ln x + 2e^x.$$

$$\cos x + \sin x$$

$$\sin x - 2 \cos x$$

$$2x^8$$

$$2x^3$$

$$x^{-3}$$

$$\frac{1}{x^5}$$

$$x^5$$

$$x^{-3}$$

**Вариант №1.**

**Уровень А.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 4x^2$

а)  $f(x) = x^2 - 5x^4 + 1$

б)  $f(x) = \cos x + 6e^x$

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику

$f(x) = x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

**Уровень Б.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 5x^{-2}$

б)  $f(x) = 3x^2 + 2x^3 - 5$

в)  $f(x) = 3\cos x \cdot e^x$

2. Найдите значения  $x$ , при которых значение производной функции

$f(x) = 2x^3 - x^2$  равно нулю.

**Уровень С.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 6x^{-4}$

б)  $f(x) = \frac{1}{x^2} + x^3 - 5x$

в)  $f(x) = \frac{\cos x}{x^4}$ .

2. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от некоторой точки  $A$  изменяется по закону  $S(t) = t^3 - 3t + 4$  (м), где  $t$  - время движения в секундах. Найдите скорость тела через 3 с после начала движения.

**Вариант №2.**

**Уровень А.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 2x^5$

а)  $f(x) = x^4 + 4x^3 - 2$

б)  $f(x) = \sin x - e^x$

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику

$f(x) = x^4$  в точке с абсциссой  $x_0 = -1$ .

**Уровень Б.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 4x^{-6}$

б)  $f(x) = 2 - 3x^4 + 1$

в)  $f(x) = \sin x \cdot e^x$

2. Найдите значения  $x$ , при которых значение производной функции

$f(x) = 4x^2 + 2x$  равно 1.

**Уровень С.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 3x^{-8}$

б)  $f(x) = \frac{1}{x^3} - 2x^3 + 6x$

в)  $f(x) = \frac{\cos x}{x^2}$ .

2. Количество вещества, вступившего в химическую реакцию, задается

формулой  $p(t) = \frac{t^3}{3} - 2t + 1$  (моль). Найдите скорость химической реакции через 2 с.

**Вариант №3.****Уровень А.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = x^{10}$

а)  $f(x) = x^2 - x^3 + 1$

б)  $f(x) = \sin x + 5$

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику

$f(x) = 2x^2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ .

**Уровень Б.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = x^{-7}$

б)  $f(x) = 1 + 4x^6 - 2$

в)  $f(x) = x^4 \cdot \sin x$

2. Найдите значения  $x$ , при которых значение производной функции

$f(x) = 6x^2 - x^3$  равно нулю.

**Уровень С.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 4x^{-2}$

б)  $f(x) = \frac{2}{x^4} + x^3 - 6x$

в)  $f(x) = \frac{\sin x}{x^3}$  .

2. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  от некоторой точки  $A$  изменяется по закону  $S(t) = 1 + 4t - t^2$  (м), где  $t$  - время движения в секундах. Через какое время после начала движения тело остановится?

#### **Вариант №4.**

##### **Уровень А.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = x^2$

а)  $f(x) = 2x^9 - x^3 + 1$

б)  $f(x) = \sin x + \cos x$

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику

$f(x) = x^6$  в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ .

##### **Уровень Б.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 2x^{-10}$

б)  $f(x) = 1 + 3x^6 - 2x$

в)  $f(x) = x^5 \cdot \sin x$

2. Найдите значения  $x$ , при которых значение производной функции

$f(x) = 6x^2 - 3x$  равно 2.

##### **Уровень С.**

1. Найдите производную функции:

а)  $f(x) = 4x^{-2}$

б)  $f(x) = \frac{1}{x^3} + 7x^2 - 4$

в)  $f(x) = \frac{\cos x}{x^4}$  .

2. Тело движется по прямой так, что расстояние  $S$  до него от некоторой точки  $A$  этой прямой изменяется по закону  $S(t) = 0,5t^2 + 3t + 2$ , где  $t$  - время движения в секундах. Через какое время после начала движения скорость тела окажется равной 15 м/с?

