

Методические рекомендации по решению текстовых задач по математике.

Профильный уровень

ЗАДАНИЕ №1

Текстовая задача – описание некоторой ситуации на естественном языке, с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между её компонентами и определить вид этого отношения.

Любая текстовая задача состоит из двух частей – условия и требования (вопроса). В условии соблюдаются сведения об объектах и некоторые числовые данные объекта, об известных и неизвестных значениях между ними. Требования задачи – это указание того, что нужно найти. Оно выражено предложением в повелительной или вопросительной форме.

Текстовая задача состоит из условия, в котором описана некоторая ситуация, и вопроса, на который нужно дать ответ.

Пример: Петя купил 2 букета по 3 розы один букет из 3 лилий. (УСЛОВИЕ).

Сколько роз купил Петя? (ВОПРОС)

Решение любой текстовой задачи можно разделить на несколько основных этапов:

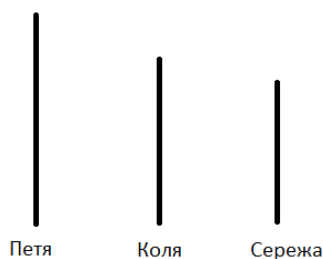
- Работа с условием
- Составление математической модели
- Проверка ответа

Работа с условием

Для облегчения работы с условием полезно использовать иллюстрацию или моделирование. Это может быть краткая запись условия математически или словесно. Также это может быть дополнительный рисунок или таблица.

Пример: Петя выше Коли, Сережа ниже Коли. Кто выше?

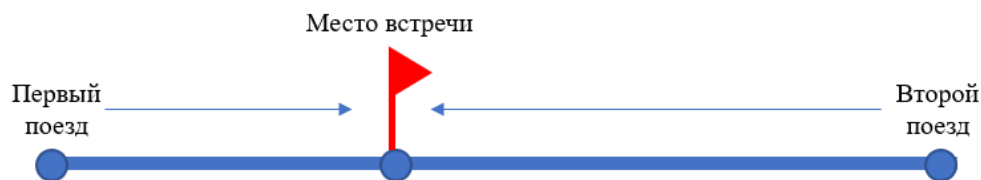
Иллюстрация:



Ответ: Петя выше всех.

Пример. Два поезда идут навстречу друг другу. Скорость одного из них 45 км/ч, скорость другого — 55 км/ч. Сейчас между ними 200 км. Через сколько часов они встретятся?

Иллюстрация:



Пусть x часов — время движения обоих поездов, тогда по рисунку видно, что первый проедет $45x$ км, а второй — $55x$ км.

Составим математическую модель:

$$45x + 55x = 200$$

$$100x = 200$$

$$x = 2 \text{ ч}$$

Ответ: 2 ч.

Математическая модель

Математика, в частности, занимается тем, что описывает различные реальные ситуации на математическом языке. В таблице приведены различные ситуации и их математические модели.

x — число девочек

y — число мальчиков

Реальная ситуация	Математическая модель
В классе поровну мальчиков и девочек	$x = y$
Девочек на 5 больше, чем мальчиков	$x = y + 5$, или $x - y = 5$, или $x - 5 = y$
Мальчиков в 2 раза больше, чем девочек	$y = 2x$, или $\frac{y}{2} = x$, или $\frac{y}{x} = 2$
Если в класс перейдут 3 мальчика, то девочек станет в два раза больше	$y = 2(y + 3)$

Алгебраическая зависимость

Такая зависимость выражается в словах: выше/ниже, больше/меньше, дороже/дешевле, длиннее/короче и т. д.

Пример: Петя выше Коли на 20 см, Сережа ниже Коли на 10 см. На сколько см Петя выше Сережи?

Решение: Пусть P — рост Пети, K — рост Коли, C — рост Сережи.
Выразим рост мальчиков.

Петя выше Коли **на** 20 см: $P - 20 = K$

Сережа ниже Коли **на** 10 см: $K = C + 10$

Подставим в первое уравнение рост Коли: $P - 20 = C + 10$

Нам нужно найти, **на** сколько см Петя выше Сережи: $P - C$

$$P - 20 = C + 10$$

$$P - C = 20 + 10$$

$$P - C = 30$$

Получаем, что Петя выше Сережи **на** 30 см.

Пример: На уроке труда ученики делали снежинки. Всего было сделано 12 снежинок. Маша сделала в два раза больше снежинок, чем Коля. Коля сделал на 4 снежинки меньше, чем Рома. Сколько снежинок сделала Маша?

Решение:

Пусть M — количество снежинок, которое сделала Маша, K — снежинки Коли, P — снежинки Ромы.

Маша сделала **в** два раза больше снежинок, чем Коля: $K = M/2$

Коля сделал **на** 4 снежинки меньше, чем Рома: $P = K + 4 = M/2 + 4$

Вместе ребята сделали 12 снежинок: $M + K + P = 12$

Подставим все выраженные через M значения: $M + M/2 + M/2 + 4 = 12$

$$M = 4.$$

Маша сделала 4 снежинки.

Процентная зависимость

Процент — это всегда доля какого-то числа.

100% — все число

50% — половина

25% — четверть

Чтобы найти 1%, необходимо поделить всё число на 100.

(это одна сотая часть от чего-либо).

Что такое дробь (то есть часть) от числа? Когда мы говорим «одна четверть от x » — это значит, что

$\frac{1}{4}$ дробь $\frac{1}{4}$ умножается на величину x .

Чтобы найти дробь (или часть) от числа, надо дробь умножить на это число.

$$\text{Итак, } 10\% = \frac{10}{100} = 0,01;$$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4};$$

$$60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5};$$

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}.$$

Для работы с процентами используется пропорция, в которой в одном столбце записываются реальные значения, в другом — соответствующие проценты.

Пример:

200 груш — 100 %

2 груши — 1 %

Пропорция отражает зависимость величин. По-другому это можно записать в виде двух дробей.

$$\frac{200}{2} = \frac{100}{1}$$

Исходя из правил работы с дробями, получаем правила работы с пропорцией.

1. Внутри одной дроби можно сокращать значения.

2. Произведение накрест лежащих значений равно: $200 \cdot 1 = 2 \cdot 100$

Пример: 38% населения деревни — это 76 человек. Сколько человек составляет 15% от общего населения?

Решение: Так как мы не можем сразу найти 15%, то нам вначале понадобится сделать промежуточный шаг — найти 1%.

Если 38% — это 76 человек, то, разделив на 38, мы получим так нужный нам 1%.

$$38\% = 76 \text{ человек} \Rightarrow 1\% = 2 \text{ человека.}$$

$$\text{Тогда } 15\% = 30 \text{ человек}$$

Пример: В 2010 дом стоял 2 тысячи рублей. В 2011 его цена увеличилась на 20%, а в 2012 — ещё на 20%. Сколько дом стоил к концу 2012 года?

Решение:

способ 1

Для начала давайте выясним, сколько стоил дом в 2011.

Его стоимость увеличилась на 20%, т.е. на 400 рублей ($1\% = 2000:100 = 20$, $20\% = 400$) и стала, соответственно, равна 2400.

Теперь нам нужно узнать, сколько он стал стоить в 2012.

Сейчас мы будем брать 20% от новой цены, т.е. той, которая была на дом в 2011 году.

Если $1\% = 2400:100 = 24$, то $20\% = 480$, то есть новая цена в 2012 году — $2400 + 480 = 2880$

способ 2

Если 1% — это 0,01 от чего-то, то 20% — это 0,2.

Тогда 20% от первоначальной цены это $2000 \cdot 0,2 = 400$, и цена на дом в 2011 году стала 2400.

Теперь находим 20% от новой стоимости $2400 \cdot 0,2 = 480$

и итоговую стоимость в 2012 году: $2400 + 480 = 2880$.

Задачи с решениями из открытого банка заданий

1. Бегун пробежал 280 м за 32 секунды. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции.

Ответ дайте в километрах в час.

Решение.

Средняя скорость бегуна $280 : 32 = 8,75$ (м/с).

Переведем метры в секунду в километры в час:

$$1 \text{ м/с} = 60 \text{ м/мин} = 3600 \text{ м/ч} = 3,6 \text{ км/ч.}$$

$$\text{Поэтому } 8,75 \text{ м/с} = 31,5 \text{ км/ч.}$$

Ответ: 31,5

2. В доме, в котором живет Игорь, один подъезд. На каждом этаже по шесть квартир. Игорь живет в квартире 47. На каком этаже живет Игорь?

Решение.

Разделим 47 на 6:

$$\frac{47}{6} = 7\frac{5}{6}.$$

Значит, Игорь живет на 8 этаже.

Приведём другое решение.

Составим таблицу этажей.

Этаж	Квартиры
1	1—6
2	7—12
3	13—18
4	19—24
5	25—30
6	31—36
7	37—42
8	43—48

Таким образом, Игорь живёт на восьмом этаже.

Ответ: 8

3. Шоколадка стоит 40 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Какое наибольшее количество шоколадок можно получить, потратив не более 320 рублей в воскресенье?

Решение.

На 320 рублей можно купить 8 шоколадок по 40 рублей.

Еще 4 будут даны в подарок.

Всего можно будет получить 12 шоколадок.

Ответ: 12

4. Диагональ экрана телевизора равна 60 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

Решение.

Диагональ экрана телевизора равна $60 \cdot 2,54 = 152,4$ см.

Округляя, получаем 152 см.

Ответ: 152

5. Среди 85 000 жителей города 40 % не интересуются футболом. Среди жителей, интересующихся футболом, 90 % смотрели по телевизору финал чемпионата мира. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

Решение.

Среди 85000 жителей 60% интересуются футболом: $85000 \cdot 0,6 = 51000$. Согласно условию, финал чемпионата мира смотрели по телевизору 90%: $0,9 \cdot 51000 = 45900$ жителей

Ответ: 45900.

6. Студент получил свой первый гонорар в размере 900 рублей (без учёта налогов) за выполненный перевод. Он решил на все полученные деньги купить букет лилий для своей учительницы английского языка. Какое наибольшее количество лилий сможет купить студент, если удержанный у него налог на доходы составляет 13% гонорара, лилии стоят 120 рублей за штуку и букет должен состоять из нечетного числа цветов?

Решение.

Налог составит $900 \cdot 0,13 = 117$ рублей. После выплаты налога останется $900 - 117 = 783$ рубля. Разделим 783 на 120:

$$\frac{783}{120} = 6\frac{63}{120} = 6,525.$$

Значит, денег хватает на 6 лилий. В букете должно быть нечетное число цветов, поэтому студент купит 5 лилий.

Ответ: 5

7. Сырок стоит 4 рубля 90 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 80 рублей?

Решение.

Разделим 80 на 4,9:

$$\frac{80}{4,9} = \frac{800}{49} = 16\frac{16}{49}.$$

Значит, на 80 рублей можно купить 16 сырков.

Ответ: 16

Задания с ответами для самостоятельного решения

1. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 40 копеек. Счётчик электроэнергии 1 июня показывал 23818 киловатт-часов, а 1 июля показывал 23992 киловатт-часа. Какую сумму нужно заплатить за электроэнергию за июнь? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 243,6

2. Футболка стоила 800 рублей. Затем цена была снижена на 15%. Сколько рублей сдачи с 1000 рублей должен получить покупатель при покупке этой футболки после снижения цены?

Ответ: 320

3. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 9% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,35 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

Ответ: 6

4. В летнем лагере на каждого участника полагается 30 г сахара в день. В лагере 148 человек. Сколько килограммовых упаковок сахара понадобится на весь лагерь на 5 дней?

Ответ: 23

5. По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 16 рублей. Если на счету осталось меньше 16 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счету было 700 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

Ответ: 43

6. Задачу № 1 правильно решили 21 000 человек, что составляет 70% выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

Ответ: 30000

7. Система навигации самолёта информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 21 910 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

Ответ: 6682,55

8. Флакон шампуня стоит 150 рублей. Какое наибольшее количество флаконов можно купить на 800 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %?

Ответ: 7

9. Больному прописано лекарство, которое нужно принимать по 0,5 г 2 раза в день в течение 7 дней. В одной упаковке 10 таблеток по 0,25г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Ответ: 3

10. Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за три шоколадки, покупатель получает четыре (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 290 рублей в воскресенье?

Ответ: 10

11. Пачка сливочного масла стоит 66 рублей. Пенсионерам магазин делает скидку 5%. Сколько рублей заплатит пенсионер за пачку масла?

Ответ: 62,7

12. В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 января составляли 121 куб. м воды, а 1 февраля — 131 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за январь, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 13 руб. 50 коп.? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 135

В помощь выпускнику:

1. СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам
<https://math-ege.sdamgia.ru/>
2. ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПОРТАЛ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ
<https://academyege.ru/theme/tekstovye-zadachi.html>
3. Школково — образовательный портал для подготовки к ЕГЭ, ОГЭ, и олимпиадам!
<https://shkolково.net/>
4. Федеральный институт педагогических измерений (ФГБНУ «ФИПИ»). Открытый банк заданий ЕГЭ
<http://os.fipi.ru/tasks/2/a>

Литература:

- 1) Методические рекомендации обучающимся по организации индивидуальной подготовки к ЕГЭ 2020 года/ Москва, 2020. Авторы-составители: И.В. Ященко, А.В. Семенов, М.А. Черняева
- 2) ЕГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. – М.: Национальное образование, 2017. – 272 с. (ЕГЭ. ФИПИ – школе)
- 3) Я сдам ЕГЭ! Математика. Модульный курс. Методика подготовки. Ключи и ответы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций: профил. уровень / И.В. Ященко, С.А. Шестаков. – М.: Просвещение, 2017. – 384 с.
- 4) Текстовые задачи/ <https://novstudent.ru/kak-reshat-tekstovyye-zadachi-po-matematike-ege/>