

Производная

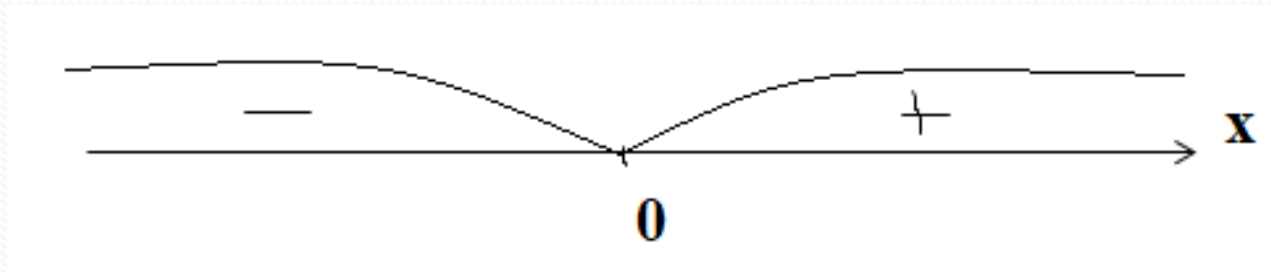
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

216(1)

$$f(x) = e^x - x$$

$$f'(x) = e^x - 1$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow e^x - 1 = 0; e^x = 1; x = 0$$



Производная

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

267(3)

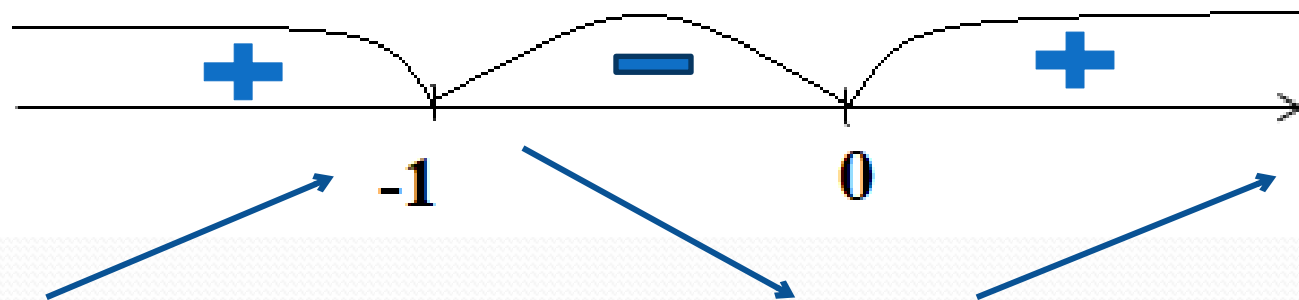
$$y = 2x^3 + 3x^2 - 4$$

$$y' = 6x^2 + 6x$$

$$y' = 0 \rightarrow 6x^2 + 6x = 0; \quad 6x(x + 1) = 0$$

$$6x = 0 \text{ или } x + 1 = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -1$$



Проверочная работа (15 минут)

- 1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику

$$y = f(x) \text{ в точке } x_0$$

$$f(x) = \frac{x - 1}{x + 3}, \quad \text{где } x_0 = 1$$

- 2. Определите абсциссы точек, в которых касательные к графику функции $y = h(x)$ образуют с положительным направлением оси абсцисс

заданный угол α :

$$h(x) = x^2 - 3x + 19, \alpha = 45^\circ$$

- 3. ЕГЭ-2020

1)стр. 66 номер 7

4)стр. 82 номер 7

2)стр. 69 номер 7

5)стр. 88 номер 12

3)стр. 73 номер 7

Проверка

- 1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику $y = f(x)$ в точке x_0

$$f(x) = \frac{x-1}{x+3}, \quad \text{где } x_0 = 1$$

- 1) Так как $f'(x_0) = \text{tg} \alpha = k$ найдем производную :

$$f'(x) = \frac{(x-1)' \cdot (x+3) - (x-1) \cdot (x+3)'}{(x+3)^2} = \frac{1 \cdot (x+3) - (x-1) \cdot 1}{(x+3)^2} = \frac{4}{(x+3)^2}$$

- 2) Найдем значение производной в точке

x_0

$$k = f'(1) = \frac{4}{(1+3)^2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Проверка

- 2. Определите абсциссы точек, в которых касательные к графику функции $y = h(x)$ с положительным направлением оси абсцисс заданный угол α :

$$h(x) = x^2 - 3x + 19, \alpha = 45^\circ$$

- 1) Так как $f'(x_0) = tg\alpha = k$, найдем производную :

$$h'(x) = 2x - 3$$

- 2) Найдем тангенс угла α :

$$tg(45^\circ) = 1$$

- 3) Составим уравнение и решим его:

$$2x - 3 = 1$$

$$x = 2$$

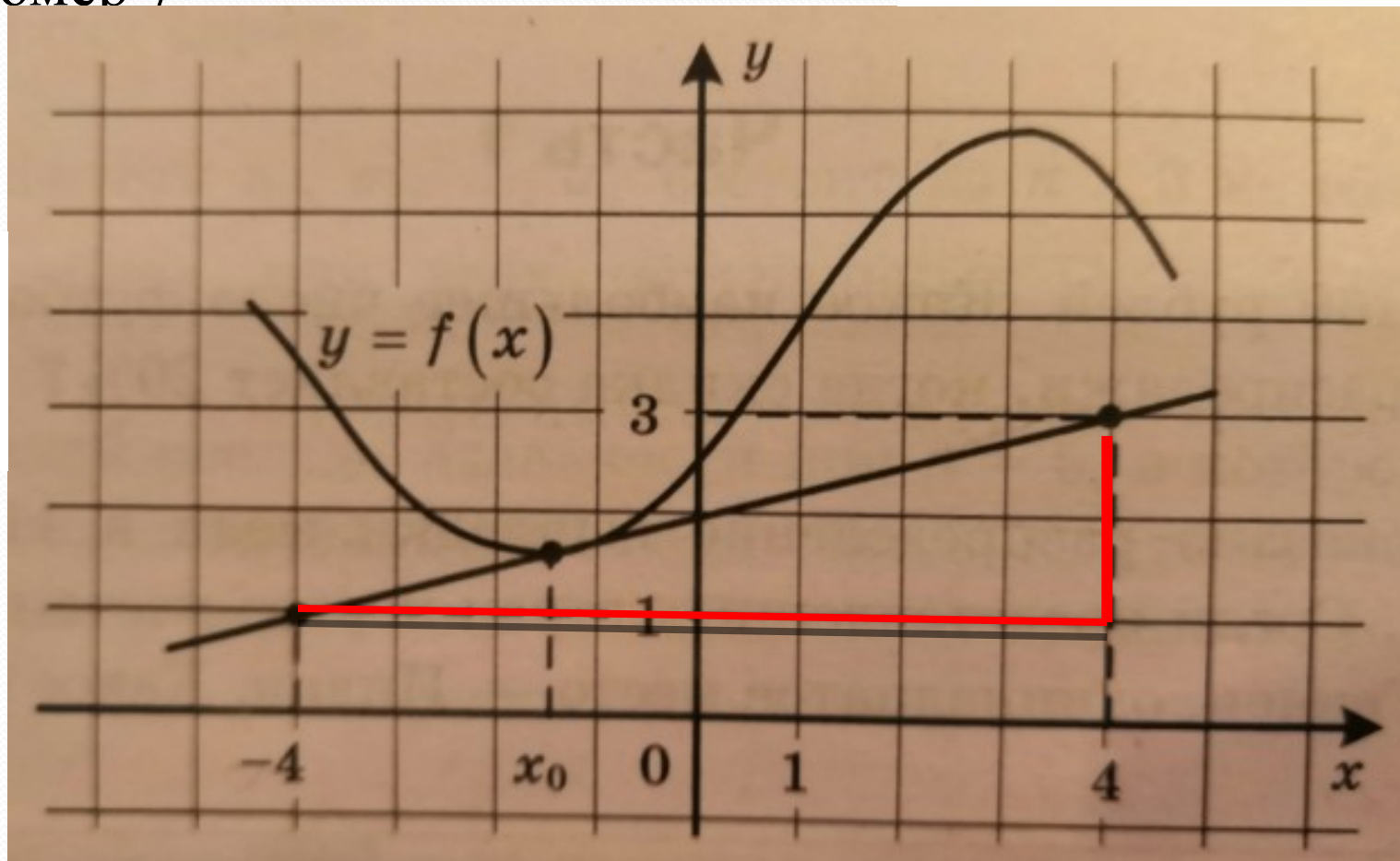
Проверка

- 3. ЕГЭ-2020

1) стр. 66 номер 7

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{2}{8} = 0,25$$

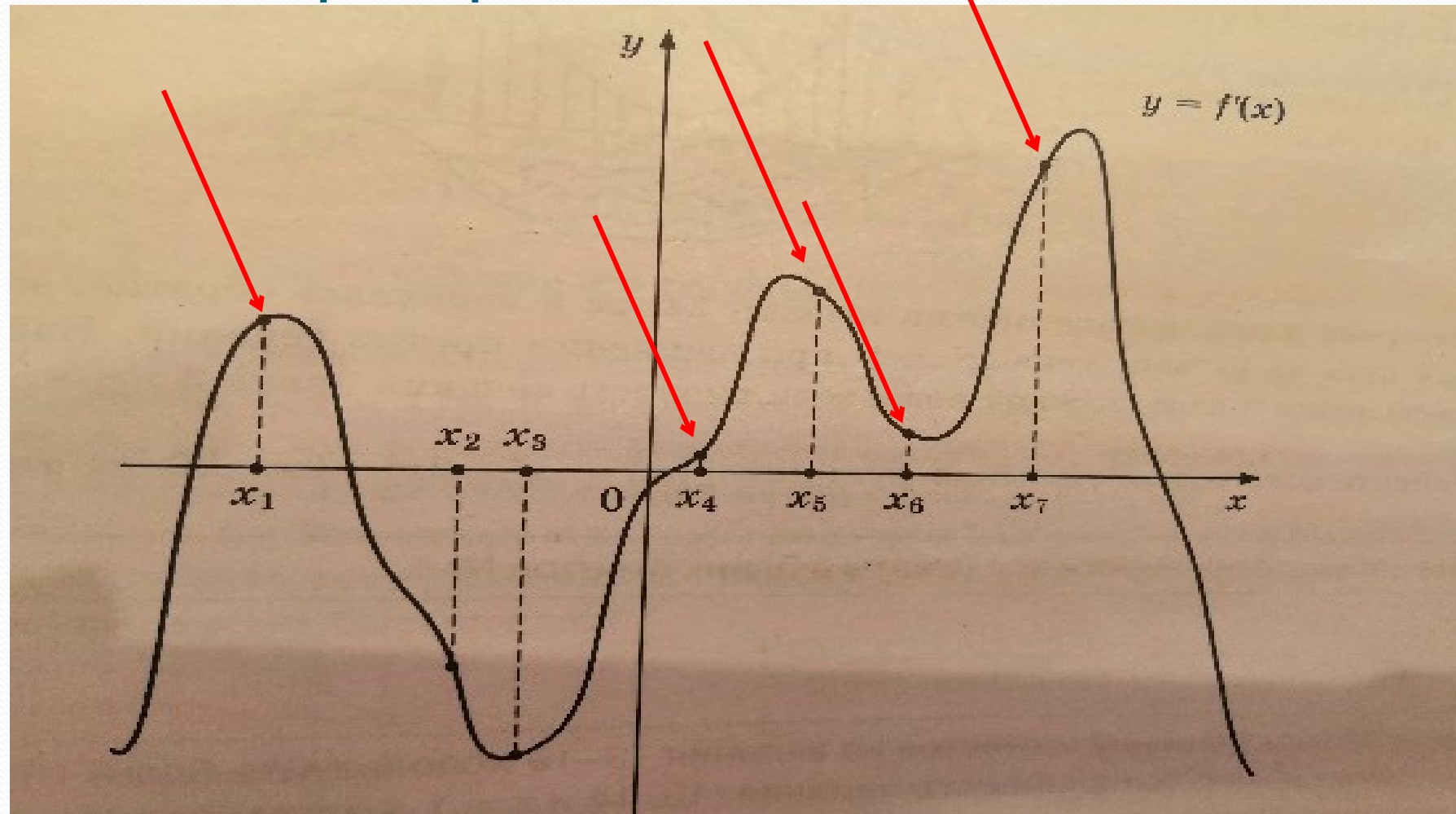
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$



Проверка

- 3. ЕГЭ-2020
2)стр. 69 номер 7

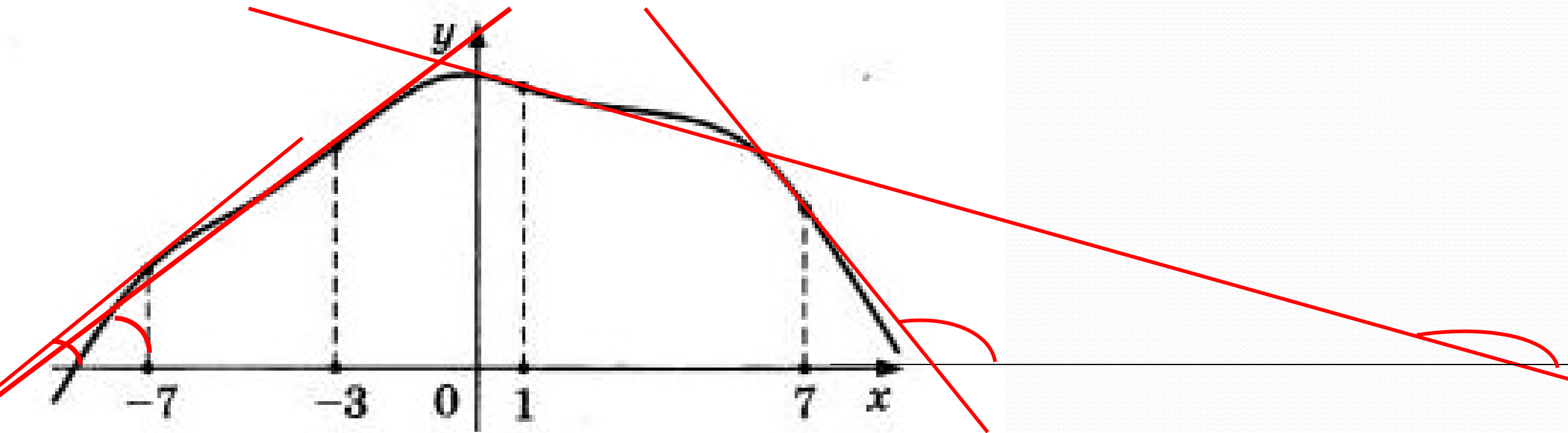
Ответ: в 5 точках



Проверка

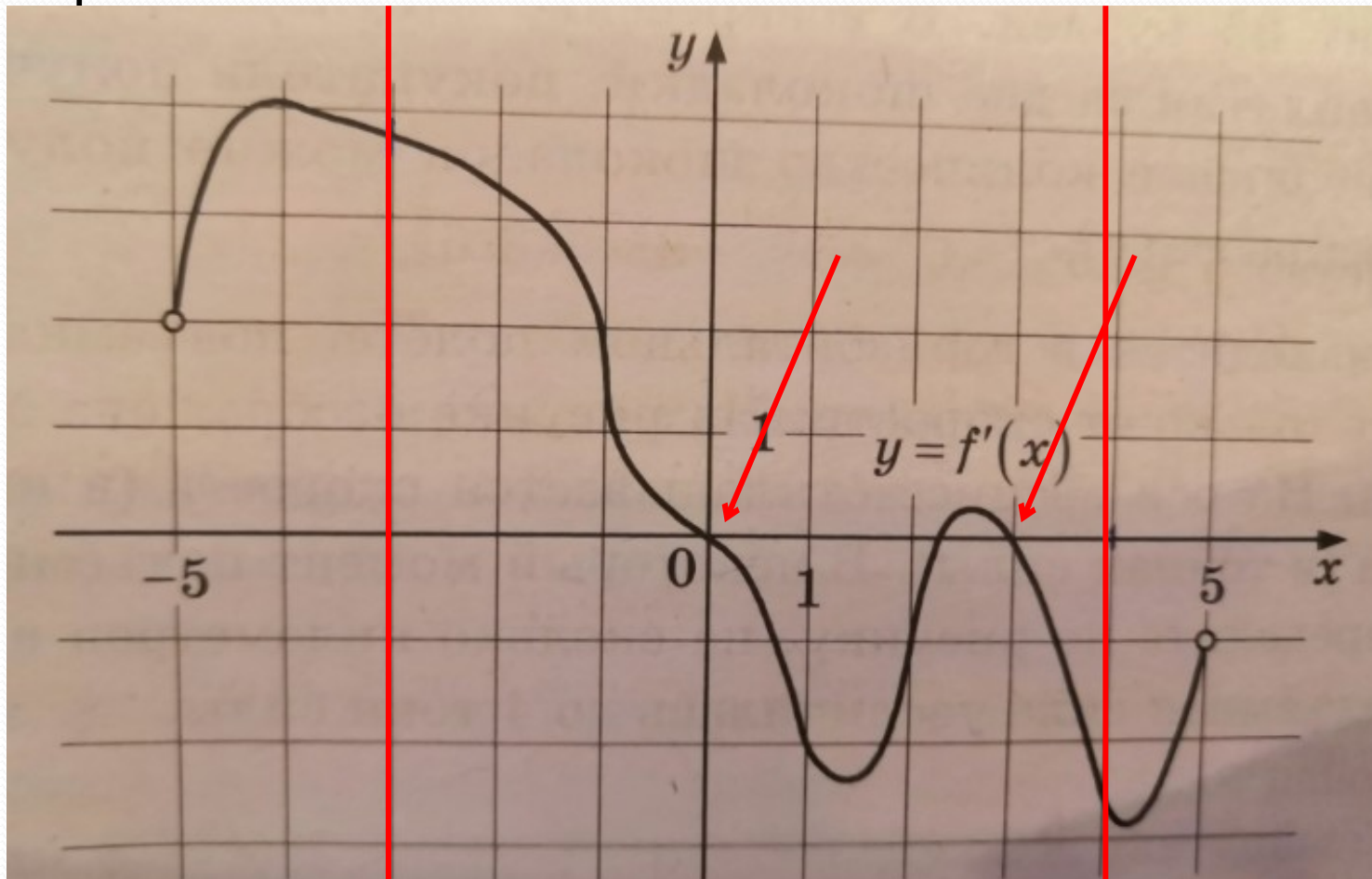
- 3. ЕГЭ-2020
3)стр. 73 номер 7

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$



Проверка

- 3. ЕГЭ-2020
4)стр. 82 номер 7



Проверка

- 3. ЕГЭ-2020

5)стр. 88 номер 12

Найти точку минимума функции

$$y = (10 - x)e^{10-x}$$

1) Найдем производную функции:

$$y' = (10 - x)' \cdot e^{10-x} + (e^{10-x})' \cdot (10 - x) = -e^{10-x} - e^{10-x} \cdot (10 - x)$$

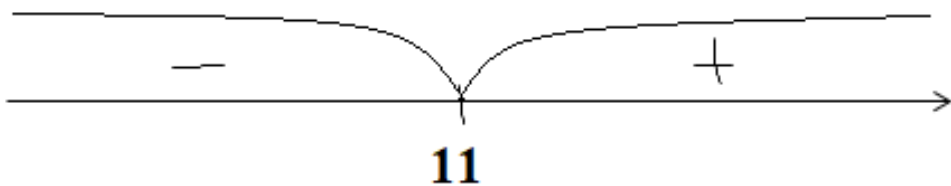
2) Приравняем ее к нулю

$$-e^{10-x} - e^{10-x} \cdot (10 - x) = 0$$

$$-e^{10-x}(1 + 10 - x) = 0$$

$$1 + 10 - x = 0$$

$$x = 11$$



Найти промежутки возрастания, убывания функции.
Схематично изобразить график функции

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

1. Найдем ОДЗ:

$$x \in (-\infty; +\infty)$$

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

1. $x \in (-\infty; +\infty)$

2. Найдем производную

$$f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$$

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

1. $x \in (-\infty; +\infty)$
2. $f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$

3. Найдем нули производной

$$3x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$3(x^2 + 4x + 3) = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 3 = 4$$

$$x_1 = \frac{-4 + 2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-4 - 2}{2} = -3$$

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

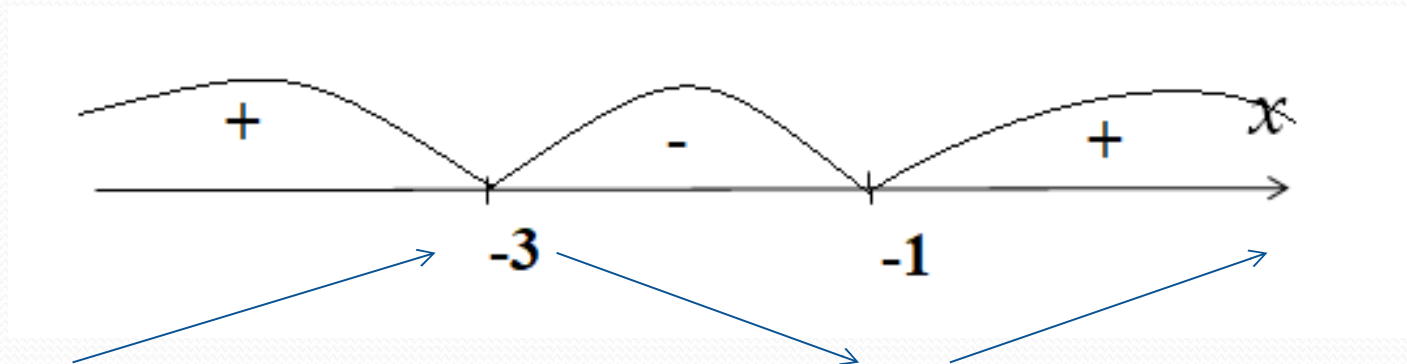
1. $x \in (-\infty; +\infty)$

2. $f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$

3. $f'(x) = 0$

$$x_1 = -1; x_2 = -3$$

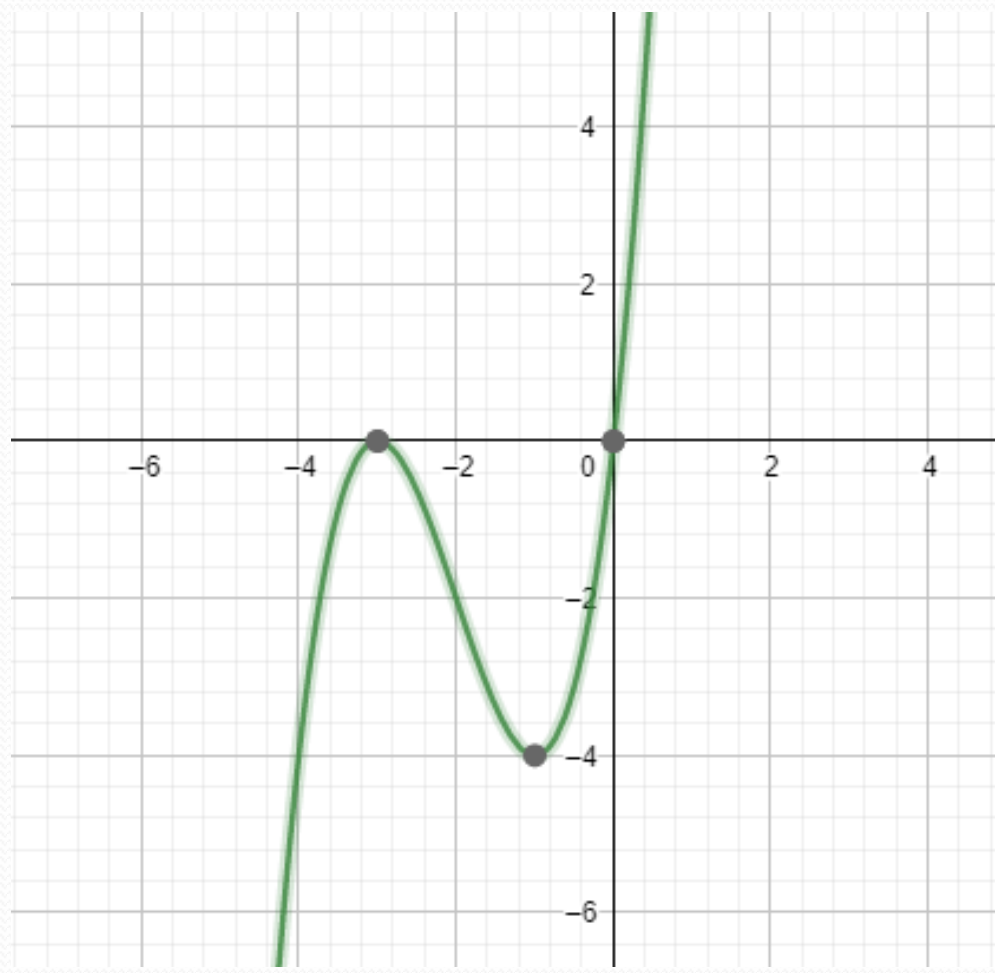
4. Определим знаки производной на интервалах



О чем говорят знаки производной для функции?

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$$

6. Изобразим схематично график функции



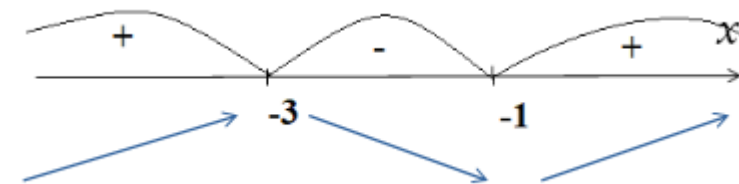
1. $x \in (-\infty; +\infty)$

2. $f'(x) = 3x^2 + 12x + 9$

3. $f'(x) = 0$

$$x_1 = -1; x_2 = -3$$

4



5. Значение функции в точках экстремума

$$f(-3) = 0; \quad f(-1) = -4$$

Производная в жизни

- Автомобиль приближается к мосту с начальной скоростью 72 км/ч. У моста висит дорожный знак «36 км/ч». За 7 секунд до въезда на мост водитель нажал на тормозную педаль. С разрешаемой ли скоростью автомобиль въехал на мост, если тормозной путь определяется формулой

$$s = 20t - t^2$$

Задача Дидоны

Эту задачу связывают с именем Дидоны - основательницы города Карфаген и его первой царицы. Согласно легенде, финикийская царевна Дидона (Элисса), спасаясь от преследований своего брата, царя Тира, отправилась на запад вдоль берегов Средиземного моря искать себе прибежище. Ей приглянулось место на побережье нынешнего Тунисского залива. Дидона вступила в переговоры с местным предводителем Ярбом о продаже земли. Запросила она совсем немного - столько, сколько можно *окружить бычьей шкурой*. Дидоне удалось уговорить Ярба. Сделка состоялась, и тогда хитроумная Дидона изрезала шкуру быка, которую ей предоставили местные жители, на узкие полоски, связала их и окружила территорию, на которой основала крепость, а вблизи от нее - город Карфаген.

Легенда об основании Карфагена гласит, что когда финикийский корабль пристал к берегу, местные жители согласились продать прибывшим столько земли, сколько можно огородить её одной бычьей шкурой. Но хитрая царица Дидона разрезала эту шкуру на ремешки, связала их и получила верёвку длиной 2 000м. , огородила полученным ремнём большой участок земли, примыкавший к побережью.

Вопрос: какую наибольшую площадь земли огородит Дидона, если участок прямоугольной формы?