

Педагогические таланты России
Всероссийский информационно-образовательный портал профессионального
мастерства педагогических работников

Тема:
«Формирование профессиональной компетентности будущего
педагога в условиях решения задач повышенной трудности»

Автор работы:
Ленивов Вячеслав Анатольевич,
учитель математики,
МБОУ СОШ №2,
г. Батайск, Ростовская область

г. Батайск
2020 год

Содержание

Введение.....	3
1. Научно-педагогические основы реализации компетентностного подхода при подготовке учителей математики.....	6
1.1. Проблемы реализации компетентностного подхода подготовки педагогов.....	6
1.2. Компетентностная модель учителя математики.....	10
1.3. Содержание педагогической деятельности учителя математики по решению задач повышенной трудности.....	15
Выводы по первому разделу.....	19
2. Формирование профессиональной компетентности учителя математики в области решения задач повышенной трудности.....	21
2.1. Научно-методические основы подготовки учителей математики к решению задач.....	21
2.2. Программно-методическое обеспечение.....	35
2.3. Оценка компетентностей учителей математики в области решения задач повышенной трудности.....	40
Выводы по второму разделу.....	65
Заключение.....	66
Библиографический список.....	68
Приложения.....	71

Введение

Актуальность темы исследования. В настоящее время стратегия высшего образования базируется на развитии и становлении профессиональной компетентности специалиста, готового и способного решать профессиональные задачи. Фундаментальность университетского образования связана с его безусловной направленностью на выявление глубинных связей между процессами, протекающими в окружающем нас реальном мире, его событиями и объектами, и является надежной основой воспитания в университетских стенах компетентных специалистов. На сегодняшний день обновляются образовательная среда, содержание образования, инновационные формы и методы обучения. Также возрастают требования к качеству знаний, усложняются формы организации урока, а, следовательно, необходимо повышать профессиональную компетентность и формировать готовность будущего учителя к выполнению профессиональной деятельности.

Важнейшей задачей, на наш взгляд, является углубление фундаментальных научных основ подготовки педагогов.

Одной из самых существенных проблем подготовки педагогических кадров является наблюдаемая в последнее время тенденция к сокращению аудиторных часов на изучение математических дисциплин в педагогических вузах. При этом требуется подготовить конкурентоспособных учителей и преподавателей, способных к реализации приоритетных задач образования. Важным является тот факт, что в современных условиях при подготовке учителя математики необходимо уделять особое внимание специальным дисциплинам, что зачастую приводит к необходимости пересмотра содержания соответствующих курсов.

В ходе модернизации российского образования (в последние десять лет) традиционный подход сменяется компетентностным, что повлекло изменения в требованиях к оценке результатов обучения. Немаловажно отметить, что тенденция перехода к компетентностному подходу в обучении носит общемировой характер [16, с. 116].

В последнее время появилось много диссертационных и научных исследований, посвященных проблеме формирования компетентности (З.Н. Борисова, А.Н. Кузнецова, Е.О. Усакова и т.д.), но, несмотря на это, проблема формирования профессиональной компетентности будущих учителей математики в процессе изучения ими конкретных специальных дисциплин, оказалась недостаточно исследованной.

Рассматривая профессиональную подготовку будущих учителей математики, необходимо исходить из современного понимания профессиональной компетентности учителя, которая вытекает из его профессионального мастерства и уверенного владения предметом. В связи с этим специальному исследованию может быть подвергнута предметно-методическая компетентность, которая находится на стыке предметной и методической компетентности.

Учитель математики должен соответствовать всем квалификационным требованиям профессионального стандарта педагога: «Предметная компетентность учителя математики – уметь решать задачи элементарной математики соответствующей ступени образования, в том числе те новые, которые возникают в ходе работы с учениками, задачи олимпиад (включая отдельные новые задачи регионального этапа Всероссийской олимпиады)», т.е. задачи повышенного уровня трудности.

Можно считать, что профессиональная компетентность учителя математики должна предполагать достижение им цели формирования учебно-познавательной компетентности у учащихся в процессе изучения математики. Формирование и развитие такой компетентности осуществляется в процессе решения учащимися специальных компетентностно-ориентированных задач, имеющих проблемный характер и требующих применения знаний из разных разделов одной предметной области (математики) или из разных предметных областей, а также знаний из жизни или какой-либо реальной сферы деятельности (строительство, реклама и др.).

Стоит также отметить, что обучение будущего учителя математики методике работы с межпредметными и практическими задачами сегодня в практике работы педагогического вуза недостаточно. Поэтому важнейшим направлением данного исследования будет совершенствование подготовки студентов умению подбирать, составлять и решать такие задачи.

Компетентность, профессионализм преподавателя – эта проблема была, есть и будет актуальной во все времена. Меняются государство и общество, вместе с ними меняются требования, предъявляемые к педагогу. Всё вышесказанное и обуславливает актуальность данного исследования.

Проблема исследования. Будущий учитель должен обладать стремлением к самообразованию, владеть новыми технологиями и понимать возможности их использования, принимать самостоятельные решения, быть мобильным, адаптироваться в социальной и профессиональной среде.

В процессе подготовки учителей математики имеют место быть следующие недостатки:

- 1) формальное усвоение математических знаний и теорий,
- 2) недостаточную ориентацию учебного процесса на педагогическую деятельность,
- 3) слабую готовность выпускников-математиков к самостоятельной профессиональной деятельности.

Как показывает практика, компетентность большинства выпускников в области математической подготовки низка – ограничивается рамками образовательной парадигмы «знания-умения-навыки»: а современная жизнь требует от учителя высокого уровня профессиональной компетентности, непрерывно повышающейся в условиях изменяющегося мира и развития науки.

Одна из важнейших проблем методики преподавания математики – научить применять полученные знания, умения и навыки для творческого и исследовательского подхода к решению профессиональных задач и не

допустить лишь формальное усвоение знаний. Во время обучения у студентов должна закладываться база современных математических знаний, формироваться мотивированное стремление к самосовершенствованию как педагогов-исследователей.

Охарактеризуем *методологический аппарат* исследования.

Объектом исследования является процесс формирования и развития профессиональной компетентности.

Предметом исследования служат педагогические условия развития профессионализма у студентов и учителей математики.

Цель работы состоит в следующем – изучить, осуществить диагностику, выделить и проанализировать особенности формирования профессиональной компетентности будущего преподавателя, а также условия их развития.

В основу работы положена *гипотеза*: целенаправленная систематическая работа по формированию педагогической компетентности повышает уровень профессиональной подготовки студентов и учителей и формирует умения решать задачи повышенной сложности.

Для достижения поставленной цели и проверки сформулированной гипотезы потребовалось решить следующие *задачи*:

1. Проанализировать научно-педагогическую, методическую литературу по данной теме.
2. Изучить, проанализировать и систематизировать проблемы реализации компетентного подхода подготовки педагогов; выделить основные профессиональные компетенции педагога.
3. Рассмотреть и систематизировать методические рекомендации по формированию профессиональной компетентности учителя математики в области решения задач повышенной трудности.
4. Провести опытно-экспериментальную работу по выявлению уровня сформированности определенных профессиональных компетенций учителей; осуществить анализ полученных данных.

Для решения задач использованы следующие *методы*:

1. Изучение и анализ отечественного опыта по проблеме исследования.
2. Анализ международных исследований в области математической грамотности студентов.
3. Методы изучения и обобщения современного педагогического опыта в области проблемы исследования.
4. Опытно-экспериментальная работа с опытными и молодыми учителями математики города Батайска.
5. Анкетирование.

Работа состоит из введения, двух разделов, заключения, библиографического списка и восьми приложений.

1. Научно-педагогические основы реализации компетентностного подхода при подготовке учителей математики

1.1. Проблемы реализации компетентностного подхода подготовки педагогов

Традиционно цели образования определялись набором знаний, умений, навыков, которыми должен владеть выпускник. Сегодня такой подход оказался недостаточным. Социуму (профессиональным учебным заведениям, производству, семье) нужны выпускники, готовые к включению в дальнейшую жизнедеятельность, способные практически решать встающие перед ними жизненные и профессиональные проблемы. А это во многом зависит как от полученных ЗУНов, так и от неких дополнительных качеств, для обозначения которых и употребляется понятия «компетенции» и «компетентности», более соответствующие пониманию современных целей образования.

Можно считать, что в современных социально-экономических условиях одной из актуальных и неразрешенных остается проблема повышения уровня профессиональной компетентности будущего учителя, который должен свободно и активно мыслить, уметь моделировать воспитательно-образовательный процесс, самостоятельно генерировать и воплощать новые идеи и технологии обучения и воспитания. Первое – профессионально компетентный учитель способен оказывать позитивное влияние на формирование и развитие творческих учащихся в процессе учебно-воспитательной работы; второе – сможет показывать лучшие результаты в своей профессиональной деятельности; третье – способствует формированию, развитию и реализации собственных профессиональных возможностей.

В системе общего и профессионального образования можно выделить следующие проблемы, которые очевидным образом влияют на возможности применения компетентностного подхода:

- 1) проблема концепции, модели и возможностей непротиворечивого определения содержания и функций государственного стандарта в условиях российского образования;
- 2) проблема возможностей адаптации учебной литературы в условиях современных гуманистических идей и тенденций в образовании;
- 3) проблема квалификации преподавателей и их профессиональной адекватности разрабатываемому компетентностному подходу;
- 4) проблема противоречивости различных идей и представлений, которые есть в современном образовании буквально по всем поводам;
- 5) проблема внутренней противоречивости наиболее популярных направлений модернизации, в том числе: идеи профилизации старшей школы и, одновременно, перехода к приему ЕГЭ по всем предметам, развития школьного самоуправления и централизации системы финансирования образования и др.

Немаловажной проблемой внедрения компетентностного подхода является обеспечение преемственности между существующей нормативно-правовой базой аттестационных процедур и вновь развиваемыми подходами,

в связи с чем, решения не могут не иметь компромиссного характера. Так, в результате анализа существующих стандартов СПО и ВПО в области педагогического образования, можно сделать вывод, что наиболее оптимальной формой представления моделей образовательно-профессиональной компетентности педагогов будет трехуровневая модель, включающая следующие компоненты:

1) Характеристика базового уровня компетенции, соответствующего общей ориентировке выпускника в будущей деятельности, знанию основных нормативов и требований, а также – наличию общих представлений об образовательной ситуации в России и в мире. Соответственно, базовая компетенция определяется по отношению к объектам (законодательным актам, научным текстам и пр.), при этом используются следующие показатели:

- ❖ воспроизведение основных идей документов, знание ориентировочных сроков и субъектов, ответственных за их реализацию;
- ❖ соотнесение информации с источником (т.е. знание того, где соответствующая информация может находиться);
- ❖ комментирование текстов (т.е. соотнесение нормативов – реальным событиям, выявление проблем и противоречий и др.).

2) Характеристика промежуточного уровня компетенции, соответствующего правильным действиям в некоторых типовых, стандартных ситуациях. Соответственно, для определения промежуточного уровня вводится представление о критериях (т.е. обобщенных формулах действий) и показателях (т.е. материализованных продуктах действий). Показателями сформированности соответствующих критериев являются:

- ❖ уточнение смысла отдельных понятий и терминов, объяснение их применения в практических ситуациях;
- ❖ решение практических задач преподавательской деятельности;
- ❖ решение теоретических задач в связи с профессиональной деятельностью;
- ❖ элементарный анализ и самоанализ деятельности, в том числе, написание отчетов, коррекция ошибок в документации, помощь коллегам при разрешении спорных ситуаций.

3) Характеристика профессионального уровня компетенции, соответствующего морально-психологической (мотивационной), интеллектуальной и коммуникативной готовности к профессиональной деятельности. С этой точки зрения, выделяются следующие критерии:

- ❖ обсуждение профессиональных проблем и уточнение задач профессиональной деятельности;
- ❖ прогнозирование основных затруднений и проблем, возникающих в процессе решения задач;
- ❖ проектирование сложных процессов;
- ❖ благоприятные отзывы коллег и руководителей практики о сфере жизненных и профессиональных интересов, особенностях индивидуального стиля деятельности и др.

Таким образом, компетентностная модель специалиста – достаточно сложное многоуровневое образование, в котором отдельным знаниям – даны в соответствие объекты, критериям практической подготовки – конкретные материализованные свидетельства, а личностным и профессиональным аспектам – показатели собеседований, различных тестов и др.

Компетентностный подход подразумевает, что учащийся будет обладать специальными умениями, которые позволят ему решать проблемы, а ситуации их возникновения могут быть следующими:

- 1) в процессе познания и объяснения явлений действительности;
- 2) в процессе освоения современной техники и технологии;
- 3) в процессе взаимоотношения людей в этических нормах, оценки собственных поступков;
- 4) в практической жизни при выполнении социальных ролей гражданина, члена семьи, избирателя, горожанина;
- 5) в правовых нормах и административных структурах;
- 6) в процессе выбора профессии и оценки своей готовности к обучению в учебном заведении, когда важной будет ориентация на рынке труда;
- 7) в процессе разрешения собственных проблем: жизненного самоопределения, выбора образа жизни и т.д.

По мнению Д.Б. Эльконина, в рамках компетентного подхода надо строить и заранее задавать «ситуации включения». Слово «включение», употребляемое им, означает оценку ситуации, проектирование действий и отношений, которые требуют тех или иных решений [34, с. 114-126].

Психологический механизм формирования компетентности существенно отличается от механизма формирования понятийного «академического» знания. Действительно, ведь обычное школьное знание предназначено для запоминания, воспроизведения или для получения другого знания логическим или эмпирическим путем. Компетентным учащийся может стать лишь сам, найдя и апробировав различные модели поведения в данной предметной области, выбрав из них те, которые в наибольшей степени соответствуют его стилю, притязаниям, эстетическому вкусу и нравственным ориентациям. Таким образом, компетентность можно считать сложным синтезом когнитивного, предметно-практического и личного опыта.

Далее рассмотрим то, как можно осуществить переход от предметно-знаниевой к более целостной модели образования: естественно, что в таком случае приоритет будет отдан опыту, компетентности, субъектности. Для этого, как нам представляется, возможно сосуществование нескольких парадигм – знаниево-предметной и компетентностной. Можно выделить три варианта возможных ситуаций:

- ❖ *первый* – знаниево-академическая система реализуется в начальной и основной школе, а в старшей профильной – компетентностная;
- ❖ *второй* – предполагается одновременное функционирование двух элективных вариантов образования: академического и практико-

ориентированного, компетентностного (нечто вроде гимназического и реального);

- ❖ *третий* – разрабатываются переходные формы построения образования посредством включения в учебный план интегрированных курсов, в которых предметные области соотносятся со сферами компетентности.

Имеют место и другие варианты, но можно утверждать одно: переход на новую ступень нельзя осуществить путем «скоропостижных» действий.

Для этого необходимы глубокое исследование и модернизация теоретических оснований конструирования образовательных систем, цель – создание информационной, научно-методической базы и системы подготовки кадров, формирование нового педагогического мышления в современном обществе.

Первые мероприятия к построению компетентностной модели образования осуществляются уже сегодня. В качестве первоочередных мер выделим следующие, которые считаем необходимыми и важными:

- 1) Первая – расширить в структуре учебных программ по общеобразовательным дисциплинам межпредметный компонент, т.е. включить в содержание данного предмета учебный материал из других областей знания и практики с указанием возможностей использования.
- 2) Следующий шаг – создание определенной схемы введения компетентностных элементов во все образовательные области учебного плана. Можно сказать, что это будет набор требований, т.е. образовательный стандарт для построения учебного предмета, ориентированного на компетентность, а не на «воспроизведение материала».
- 3) Последняя мера – профильная старшая школа, последовательный переход к которой предусмотрен Федеральной программой развития образования, которая создается с учетом дидактических закономерностей компетентностного образования и вариативных путей реализации образовательных возможностей и потребностей общества (граждан).

Однако, считаем, что успех модернизации российской образовательной системы будет зависеть от выполнения выше представленных мер с учетом творческого сотрудничества людей, разрабатывающих основное содержание образования и педагогов-практиков, проявляющих инициативу в инновационных поисках.

Учитывая выше изложенные положения, изучив и проанализировав литературу по данной теме, можно считать, что внедрение компетентностного подхода в российское современное образование обусловлено требованиями времени и общества. По мнению И.А. Зимней, причинами внедрения компетентностного подхода стали:

- 1) общеевропейская и мировая тенденции интеграции и глобализация мировой экономики;

- 2) необходимость гармонизации «архитектуры европейской системы высшего образования»;
- 3) происходящая в последнее десятилетие смена образовательной парадигмы;
- 4) богатство понятийного содержания термина «компетентностный подход»;
- 5) предписания государства [9, с. 73-81].

1. 2. Компетентностная модель учителя математики

В отечественном образовании компетентностный подход в настоящее время проходит адаптацию к российской образовательной системе. Поэтому в данное время нет определенной общепринятой трактовки понятий «компетентность» и «компетенция». Термин «компетенция» широко используется в настоящее время везде, где говорят или пишут о воспитании и обучении. Однако он не всегда был привычным в системе обучения. Чтобы обозначить то, что намеревались дать учащимся и студентам, чаще всего прибегали (и все еще прибегают) к понятиям знаний, ценностей или, в более отдаленную эпоху, к понятиям веры и убеждений.

Далее рассмотрим некоторые определения данного термина в справочной литературе и работах ведущих исследователей компетентностного подхода в образовании.

Например, в словаре С.И. Ожегова «компетенция» определяется как:

1. Круг вопросов, в которых кто-нибудь хорошо осведомлен.
2. Круг чьих-нибудь полномочий, прав [20, с. 282].

А по словарю Д.Н. Ушакова ... «компетенция» это:

1. Круг вопросов, явлений, в которых данное лицо обладает авторитетностью, познанием, опытом.
2. Круг полномочий, область подлежащих чьему-нибудь ведению вопросов, явлений (право).

А.И.Турчинов понимает под термином «компетентность» степень выраженности, проявленности присущего человеку профессионального опыта в рамках компетенции конкретной должности.

А.В.Хуторской пишет: «Компетенция включает совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов, и необходимых для качественной продуктивной деятельности по отношению к ним; компетентность – владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности». Следовательно, обладать компетентностью значит иметь определенные знания, определенную характеристику, быть осведомленным в чем-либо; обладать компетенцией – значит обладать определенными возможностями в какой-либо сфере [31, с. 86].

Изучив документ «Стратегия модернизации российского образования», можно отметить, что понятие компетентности имеет следующие составляю-

щие: когнитивная, операционально-технологическая, мотивационная, этическая, социальная и поведенческая. Также к данному понятию можно отнести обучение (знания и умения), систему ценностных ориентаций, привычки и т.д.

По мнению С.Е. Шишова, В.А. Кальней – понятие компетенции относится к области умений, а не знаний. Компетенция – это общая способность, основанная на знаниях, опыте, ценностях, склонностях, которые приобретены благодаря обучению. Компетенция не сводится ни к знаниям, ни к навыкам, быть компетентным – не означает быть ученым или образованным. Предполагается, что настройка человеческого поведения на бесконечное разнообразие жизненных ситуаций связана с общей способностью «мобилизовать в определенной ситуации приобретенные знания и опыт» в личной биографии, вписывающийся в общую историю [33, с. 254].

Кроме того, по их мнению, нужно различать компетенцию и умение. Умение – это действие (doing) специфической ситуации. Это проявление компетентности или способности (a capability), более общей подготовленности к действию или возможность совершать действие в специфической ситуации. Однако только умения поддаются наблюдению; компетенция – это характеристики, которые можно извлечь из наблюдений за действиями, за умениями.

Компетенция (от лат. competentio от competo добиваюсь, соответствую, подхожу) – это личная способность специалиста решать определенный класс профессиональных задач. Также под компетенцией понимают формально описанные требования к личностным, профессиональным и т. п. качествам сотрудников компании (или к какой-то группе сотрудников).

К.Ангеловски считает, что можно выделить структуру профессиональной компетентности учителя, используя педагогические умения, объединив их в четыре группы:

1. Умения «переводить» содержание объективного процесса воспитания в конкретные педагогические задачи: изучение личности и коллектива для определения их подготовленности к активному овладению новыми знаниями и проектирования на этой основе развитие коллектива и отдельных учащихся; выделение комплекса образовательных, воспитательных и развивающих задач, их конкретизация и определение доминирующей задачи.

2. Умения построить и привести в движение логически завершённую педагогическую систему: комплексное планирование образовательно-воспитательных задач; обоснованный выбор форм, методов и средств его организации.

3. Умения выделять и устанавливать взаимосвязи между компонентами и факторами воспитания, приводить их в действие: создание необходимых условий (материальных, морально-психических, организационных, и др.); активизации личности школьника, развитие его деятельности; и др.

4. Умения учета и оценки результатов педагогической деятельности: самоанализ и анализ образовательного процесса и результатов деятельности

учителя; определение нового комплекса доминирующих и подчиняющих задач [3, с. 63].

Далее рассмотрим понятие «компетенция» в тендеме с понятием «квалификация» и охарактеризуем основные положения. Быстрые изменения многих профессиональных задач, введение новых технологий – всё это требует новых квалификаций. Важно уметь предвидеть трудности, принимать решения, осуществлять сотрудничество и координировать свою деятельность. Быть компетентным означает умение мобилизовать в данной ситуации полученные знания и опыт. А.В.Хуторской поясняет: «Под компетенцией следует понимать нормативные требования к профессиональной подготовке учителя, а под компетентностью – уже сложившиеся, состоявшиеся его качества. Структура компетентности определяется видами его профессиональной деятельности» [31, с. 84].

Компетентность человека связана с его деятельностью, а, следовательно, и с профессией. Для успешного выполнения профессиональной деятельности ее субъекту необходимо обладать совокупностью психофизиологических, психологических и личностных характеристик, которые определяются как профессионализм.

В.Г. Суходольский отмечает, что профессиональная компетентность педагога это – «способность к эффективному выполнению профессиональной деятельности, определяемой требованиями должности, базирующейся на фундаментальном научном образовании и эмоционально-ценностном отношении к педагогической деятельности. Она предполагает владение профессионально значимыми установками и личностными качествами, теоретическими знаниями, профессиональными умениями и навыками» [27, с. 126].

Следовательно, компетентность – это результат теоретической и практической готовности человека к педагогической деятельности. А профессиональной компетентностью можно считать профессионализм и педагогическое мастерство учителя.

Таким образом, изучение различных мнений, представленных исследователями природы компетентности, таких как А.В. Хуторской, С.Е. Шишов, В.А. Кальней, В.Г. Суходольский, по определению сущности понятия «профессиональная компетентность» дает возможность представить ее как интеграцию знаний, опыта и профессионально значимых личностных качеств, которые отражают способность педагога эффективно выполнять профессиональную деятельность и включают профессионализм и педагогическое мастерство учителя.

В настоящее время в науке нет единого подхода к определению понятия – «педагогическая профессиональная компетентность». Педагогическая компетентность – системное явление, сущность которого состоит в системном единстве педагогических знаний, опыта, свойств и качеств педагога, позволяющих эффективно осуществлять педагогическую деятель-

ность, целенаправленно организовывать процесс педагогического общения и также предполагающих личностное развитие и совершенствование педагога.

Преобладающим блоком профессиональной компетентности педагога является личность педагога, в структуре которой можно выделить:

- ❖ мотивацию личности (направленность личности и ее виды);
- ❖ свойства (педагогические способности, характер и его черты, психологические процессы и состояния личности, интегральные характеристики личности (педагогические самосознание, индивидуальный стиль, креативность – как творческий потенциал)).

Необходимое, но не достаточное условие профессиональной компетентности – психолого-педагогические и специальные (по предмету) знания: многие из них, в частности теоретико-практические и методические знания, являются предпосылками интеллектуальных и практических умений и навыков.

Таким образом, *компетентность – это мера соответствия знаний, умений и опыта лиц определенного социально – профессионального статуса реальному уровню сложности выполняемых ими задач и решаемых проблем.*

Можно утверждать, что на сегодняшний день любому специалисту необходимо обладать определенным набором компетенции. Что касемо компетенций учителя математики, то к ним можно отнести следующие:

1. Работа с одаренными учащимися.
2. Работа в условиях реализации программ инклюзивного образования.
3. Преподавание русского языка учащимся, для которых он не является родным.
4. Работа с учащимися, имеющими проблемы в развитии.
5. Работа с зависимыми, социально запущенными и социально уязвимыми учащимися, имеющими серьезные отклонения в поведении [21, с. 5].

Помимо того, в профессиональном стандарте педагога говорится о том, что математическая компетентность учителя делится на следующие компетенции:

- ❖ предметная;
- ❖ профессиональная;
- ❖ общепедагогическая.

Предметная компетентность учителя математики:

Учитель должен:

- уметь решать элементарные задачи
- устойчиво решать задачи из открытого банка заданий для 9, 11 классов;
- применять в своей работе ИКТ компетенции;
- использовать информационные источники;

- иметь канал консультирования для решения сложных задач.

Профессиональная компетентность – это мотивация к учебе и формирование математической культуры учителя математики.

Учитель должен:

- вести кружки, факультативы, элективные курсы;
- консультировать учащихся по выбору профессии, где нужна математика;
- предоставлять учащимся о дополнительном образовании, где есть возможность углубленного изучения математике;
- иметь специальные подходы к тем детям, для которых русский язык не является родным;
- владеть особыми методами для работы с детьми, которые отстают в развитии;
- работать с родителями, с учащимися о повышении математической культуры.

Общепедагогические компетенции учителя математики

- определение вместе с учащимися достигнутых результатов, выявление трудностей;
- организация олимпиад, математических игр, КВНов [21, с. 30].

Рассмотрев и изучив литературу по данной теме, можно выделить следующие компетентности: учебно-познавательную, коммуникативную, социальную, индивидуальную, информационную, личностную. В современных условиях существования общества необходимо, чтобы учащийся был не только компетентным, но и конкурентно способным.

Программа профессионального потенциала педагога, с практической точки зрения, выдвигает интегральное качество – учительское мастерство. Мастерство, по мнению Ю.П. Азарова, – это «высокое и постоянно совершенствуемое искусство и обучения, доступное каждому педагогу, работающему по призванию и любящему детей. Педагог мастер своего дела – это специалист высокой культуры, глубоко знающий свой предмет, хорошо знакомый с соответствующими отраслями науки или искусства, практически разбирающийся в вопросах общей и особенно детской психологии, в совершенстве владеющий методикой обучения и воспитания» [2, с. 164].

В педагогической теории исторически сложились два подхода к пониманию учительского мастерства. Первый связан с пониманием методов педагогического труда, второй базируется на утверждении, что личности педагога, а не методу принадлежит ведущая роль в воспитании. *Мастерство учителя – это и есть компетентность.*

Главную роль в развитии компетентности педагога играют его профессионально-педагогические способности. Развитие способностей, которыми должен владеть каждый компетентный преподаватель, непосредственно связано с педагогическими умениями и навыками.

По мнению Норматова А.А., с позиции основных операционных функций педагога профессиональной школы можно выделить следующие группы профессионально-педагогических способностей:

- ❖ экспрессивные способности – умение преподавателя образно и ярко выражать мысли с помощью слова и невербальных средств;
- ❖ дидактические способности – умение преподнести материал так, чтобы он стал доступным и был прочно усвоен, иными словами, умение эффективно строить учебно-воспитательный процесс;
- ❖ авторитарные способности – умение быстро завоевать уважение, а в дальнейшем высокий авторитет, в волевом влиянии на воспитанников;
- ❖ научно-педагогические способности – умение участвовать в научно-исследовательской работе педагогического характера, постоянное стремление к новому, желание трудиться творчески, экспериментировать, систематически изучать литературу и опыт коллег;
- ❖ коммуникативные способности – это умение легко вступать в контакты с другими людьми, прежде всего с учащимися, и в дальнейшем поддерживать с ними правильные отношения;
- ❖ организаторские способности – умение четко, без потерь времени подготовить и провести любое занятие, классный час, вечер отдыха, родительское собрание, экскурсию в музей, туристический поход и т.п.;
- ❖ прогностические способности – это умение быстро и точно распознавать предметы, явления, анализировать их и успешно оперировать отраженными образами;
- ❖ конструктивные способности, или педагогическое воображение – это умение проектировать будущее воспитанников, тщательнее планировать работу, предвидеть результаты своего труда, обнаруживать задатки обучаемых и строить работу по их развитию, подводя каждого к его потенциальной вершине.

Педагогу необходимо совершенствовать методы обучения и воспитания учащихся. Использование в своей профессиональной деятельности этих методов и приемов учитель сможет включать своих воспитанников в различные виды учебной работы (в первую очередь творческой). Таким образом, это будет способствовать формированию необходимых знаний, умений и навыков[18, с. 9].

1.3. Содержание педагогической деятельности учителя математики по решению задач повышенной трудности

Формирование у учащихся умений и развитие навыков позволяющих им активно и объективно включаться в процесс решения задач повышенной трудности – одна из важных задач общеобразовательной школы на сегодняшний день. Поэтому, проблема разработки таких средств обучения и методики их использования, которые содействуют формированию и развитию умений и навыков у учащихся, направленных на решение задач повышенной трудности – является одной из актуальных на данный момент.

Как организовать такое обучение? Изучив первоисточники В.И. Вернадского, Н.Г.Алексеева, М.В.Гущина, А.В.Леонтовича, А.С.Обухова и др., В.И. Загвязинского «Инновационная деятельность педагога», «Методология

и психология исследования» можно сделать следующий вывод: организовать работу детей нужно так, чтобы они ненавязчиво усваивали процедуру решения задачи повышенной трудности, последовательно проходя все его *основные этапы*:

- ❖ *мотивация решения задачи повышенной трудности;*
- ❖ *постановка задачи повышенной трудности;*
- ❖ *сбор известной информации из условия задачи;*
- ❖ *систематизация и анализ полученной информации;*
- ❖ *выдвижение гипотез по решению задачи повышенной трудности;*
- ❖ *проверка гипотез;*
- ❖ *доказательство или опровержение гипотез.*

Однако практика работы с учащимися по решению задач повышенной трудности приводит к *выводу*: необходимо искать простые и удобные средства для практического применения каждого из названных этапов во время проведения урока.

При подготовке учащихся к ГИА многие учителя сталкиваются с проблемой – учащиеся не умеют решать нестандартные задания, требующие исследовательского подхода решения.

Используя ранее известные методы исследовательской деятельности при выполнении нестандартных заданий части В и С мы изменили (уменьшили этапы) и установила следующее: при решении нестандартных заданий необходимо и достаточно:

- ❖ выявить проблему;
- ❖ составить детальный план решения задачи;
- ❖ сформулировать гипотезы для решения задачи;
- ❖ выявить и обосновать рациональный способ решения задачи.

Основные задачи, ответы на которые необходимо найти в процессе решения нестандартных задач по математике:

- ❖ развитие мышления учащихся: продуктивного, эвристического, творческого, дивергентного и креативного;
- ❖ формирование устойчивой мотивации к учению и самообразованию, самосовершенствованию;
- ❖ формирование умений и выработка навыков исследовательской деятельности;
- ❖ формирование потребности в непрерывном самосовершенствовании, развитии собственной личности.

Эти задачи преподавания математики отвечают требованиям социального заказа общества. Происходит выявление противоречий и затруднений, которые встречаются в массовой практике.

Наиболее часто на уроках учителя используют задачи исследовательского характера. Общеизвестный факт о том, что потенциал задач, имеющих в учебниках, недостаточен для воспитания исследовательских умений, вынуждает учителя выбирать такие задачи, которые позволяют учащимся подойти к её решению с разных сторон,

указать несколько её решений. Школьников необходимо погружать в такие условия, чтобы они умели самостоятельно проводить исследование (ставить вопрос о существовании решения, о числе решений, об особых случаях, какие могут представиться) при рассмотрении каждой задачи, особенно такой, которая предлагается в общем виде.

Задания, в которых предлагается решить задачу различными способами – содействуют формированию умений переносить ранее усвоенные знания в новую ситуацию, но и формируют навыки видеть новые функции рассматриваемого объекта, комбинировать известные способы деятельности.

Задач такого характера много в курсе математики средней школы. Выбирая такие задачи при подготовке к уроку, нужно стараться поставить ту или иную проблему и организовать самостоятельную поисковую деятельность учащихся по её решению. Решать самые простые задачи такого типа следует начинать уже с пятиклассниками, и тогда к выпускному классу школьники сами ставят проблему при решении предложенной задачи и ищут пути её решения.

Особое внимание обращать на поддержку идей, способов мыслительной деятельности ученика, поиска различных возможностей решения задач, приобщая школьника к творческой деятельности, используя различные формы инновационной работы, основанной на личностно-ориентированном взаимодействии с обучающимся.

На уроках стараться принимать все ответы детей (устные и письменные, в графической и аналитической форме), восхищаясь каждой идеей учеников, ошибки использовать как возможность по-новому, неожиданно взглянуть на привычное, исключить всякую критику личности и деятельности детей.

Чтобы довести каждого ученика до вершины Олимпа нужно, начиная с 5 класса, развивать у учащихся мыслительную деятельность, погружать каждого ученика в творческое, исследовательское поле.

Для развития креативности мышления своих учеников учителя математики должны использовать следующие учебные задания.

I. Задания для развития гибкости мышления.

II. Задания для развития оригинальности мышления.

В задачах такого вида мы предлагаем следующую схему рассуждений:

1. Определить «правильность» условия задачи.
2. Придумать свою, необычную задачу.
3. Предложить совершенно иной способ решения данной задачи.

III. Задания для развития беглости.

Нахождение нескольких возможных решений, выбор лучшего способа решения, установление сходства и различия, определение причинно-следственных связей помогают обучать на уроке навыкам самообразования и научно-исследовательского труда.

IV. Задания для развития креативности мышления.

Для формирования и развития креативности мышления, способности мыслить и принимать самостоятельные решения, возможность иметь собственное мнение можно предложить такие задания:

1. Сформулируйте вопросы, которые вас интересуют.
2. Определите, какое здесь противоречие, попытайтесь назвать его и обосновать.
3. Сформулируйте критические замечания, которые вы считаете уместными.
4. Оцените решения и мнения ваших одноклассников по решению задачи.
5. Если есть ошибки, то укажите их и попытайтесь исправить.

V. Задания для развития логического мышления.

Формированию и развитию дивергентного (открытого, творческого) мышления и выявления учащихся, которые могут видеть и ставить задачи, которые стремятся выйти за рамки поставленных условий, будут способствовать ниже перечисленные виды творческих задач.

1. Изобретательская задача.

Например: На мачте пиратского корабля развевается двухцветный прямоугольный флаг, состоящий из чередующихся черных и белых вертикальных полос одинаковой ширины. Общее число полос равно числу пленных, находящихся в данный момент на корабле. Сначала на корабле было 12 пленников, а на флаге 12 полос, затем 2 пленников бежали. Как разрезать флаг на 2 части, а затем сшить их, чтобы площадь флага и ширина полос не изменилась, а число полос стало равно 10?

Использование такой задачи возможно с учащимися 5-6 классов при изучении темы «Площадь прямоугольника и квадрата».

Чтобы решать задачи подобного типа, надо уметь выделять ключевую проблему, в частности, по этой задаче: изобразить схему разреза так, чтобы выполнялись все условия задачи, а число полос из 12 стало 10.

2. Исследовательская задача.
3. Конструкторская задача.
4. Прогностическая задача.
5. Задача с достраиваемыми условиями
6. Нестандартная задача.

Нестандартные задачи не имеют общих правил и положений, определяющих точную программу их решения. Следовательно, возникает необходимость поиска решения, что требует творческой работы мышления и способствует, со своей стороны его развитию.

7. Занимательная задача.

Именно занимательные задачи играют большую роль в развитии интереса и мышления учащихся. Известно, что интерес к предмету, к учёбе – необходимое условие эффективного усвоения и запоминания изучаемого. Отсутствие интереса, скука – причина умственной вялости и пассивности учащихся. В результате происходит постепенное отставание учащегося от непрерывного процесса обучения.

Цель занимательных задач – воспитание у учащихся интереса к предмету, развитие у них смекалки, воспитание стремления к красоте (как правило, решения занимательных задач неожиданны и красивы). Они обладают следующими признаками:

- ❖ *занимательное содержание;*
- ❖ *неожиданный результат, противоречащий интуиции;*
- ❖ *нестандартность методов, применяемых при их решении.*

При этом, под нестандартностью следует понимать, что для решения занимательных задач не подходят методы, применяемые в школе, а требуется самостоятельное размышление – исследовательский подход в решении.

Например: Имеется 5 закрытых чемоданов и 5 ключей к ним. При этом неизвестно, к какому чемодану подходит какой ключ. Какое наименьшее число попыток надо сделать, чтобы наверняка определить, какой ключ подходит к какому чемодану? (8 класс)

В этой задаче ученик должен, рассуждая логически, выполнить всевозможные переборы попыток, чтобы соответствующим ключом открыть чемоданы, используя различное число возможностей для каждого чемодана.

С целью привития и формирования интереса к математике, как к предмету, можно также проводить уроки-исследования: учащиеся самостоятельно выдвигают гипотезы, формулируют утверждения, учатся самостоятельно рассуждать и делать определенные выводы.

Для формирования у учащихся таких видов компетентности, как социальная, информационная, познавательная, разумно использовать уроки, где ребята работают по группам – учащиеся обсуждают между собой общую идею решения задачи, предлагая различные способы решения, дискутируют, сталкиваются с проблемой выбора пути решения – одной из труднейших творческих проблем.

Проведение таких уроков будет способствовать формированию и развитию творческих возможностей у учащихся, выработке навыков применения своих знаний в нестандартной ситуации, видению новых функций известного объекта, установлению взаимосвязи между объектами, представленными в условии задачи [35].

Выводы по первому разделу

Учитывая выше изложенные положения, изучив и проанализировав литературу по данной теме, можно считать, что внедрение компетентностного подхода в российское современное образование обусловлено требованиями времени и общества. По мнению И.А. Зимней, причинами внедрения компетентностного подхода стали:

- 1) *общеевропейская и мировая тенденции интеграции и глобализация мировой экономики;*
- 2) *необходимость гармонизации «архитектуры европейской системы высшего образования»;*

- 3) происходящая в последнее десятилетие смена образовательной парадигмы;
- 4) богатство понятийного содержания термина «компетентностный подход»;
- 5) предписания государства [9, с. 73-81].

Однако, считаем, что успех модернизации российской образовательной системы будет зависеть от выполнения выше представленных мер с учетом творческого сотрудничества людей, разрабатывающих основное содержание образования и педагогов-практиков, проявляющих инициативу в инновационных поисках.

Таким образом, решены первая, вторая задачи исследования:

- 1) проанализировать научно-педагогическую, методическую литературу по данной теме.
- 2) изучить, проанализировать и систематизировать проблемы реализации компетентностного подхода подготовки педагогов; выделить основные профессиональные компетенции педагога.

2. Формирование профессиональной компетентности учителя математики в области решения задач повышенной трудности

2.1. Научно-методические основы подготовки учителей математики к решению задач

Воспитание творческой активности учащихся в процессе изучения математики является одной из актуальных задач. Основным средством такого воспитания и развития математических способностей учащихся являются задачи. Умением решать задачи характеризуется в первую очередь состояние математической подготовленности учащихся, глубина усвоения материала.

Во всех учебниках и многих пособиях задачи распределены по группам, такие задачи неплохо решаются, т.к. указывается необходимая теория для их решения.

Если же учащиеся лишены такого ориентира, то испытывают затруднения при решении даже несложных задач.

Изучение математики в основной школе нацелено на формирование математического аппарата для решения задач из математики, смежных предметов, окружающей реальности. Язык алгебры подчеркивает значение математики, как языка для построения математических моделей, процессов и явлений реального мира (одной из основных задач изучения алгебры является развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики; овладение навыками дедуктивных рассуждений). Умение составлять математические модели является одним из наиболее значимых для решения различных прикладных задач. Для учащихся составление математических моделей представляет зачастую большую сложность. Преобразование символических форм вносит свой специфический вклад в развитие воображения, способностей к математическому творчеству. Другой важной задачей изучения алгебры является получение школьниками конкретных знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов (равномерных, равноускоренных, экспоненциальных, периодических и др.), для формирования у обучающихся представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

Воспитание творческой активности учащихся в процессе изучения ими математики является одной из актуальных задач, стоящих перед преподавателями математики в современной школе. Основным средством такого воспитания и развития математических способностей учащихся являются задачи. Умением решать задачи характеризуется в первую очередь состояние математической подготовки учащихся, глубина усвоения учебного материала. Не случайно известный современный методист и математик Д. Пойа пишет: «Что значит, владение математикой? Это есть умение решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности».

«Главная цель» – оказать конкретную помощь учителю в решении важнейшей задачи преподавания математики – развитии математического мышления и творческой активности учащихся.

При обучении математике на решение задач отводится большая часть учебного времени. Можно выделить одну из главных причин, которая отражает затруднения учащихся, испытываемые ими при решении задач – математические задачи, содержащиеся в основных разделах школьных учебников, как правило, ограничены одной темой и требуют от учащихся знаний, умений и навыков по какому-нибудь одному вопросу программного материала, не предусматривает использования фактов из других разделов курса математики.

Такие задачи чаще всего выполняют функцию, которая заключается в иллюстрации изучаемого теоретического материала. Поэтому при решении задач на повторение, требующих знаний нескольких тем, у учащихся, как правило, возникают определенные трудности.

Задачи повышенного уровня трудности из специальных сборников, предназначенных для внеклассной работы, в основном имеют целью закрепление умений и навыков учащихся в решении стандартных задач, задач определенного типа. Поэтому, на наш взгляд, необходимо использовать такие задачи и на обычных уроках, чтобы учащиеся были осведомлены о их существовании и востребованности их решения.

От эффективности использования задач повышенного уровня трудности в обучении математике в значительной мере зависит не только качество обучения, воспитания и развития учащихся средней школы, но и степень их практической подготовленности к последующей деятельности в любой сфере народного хозяйства и культуры.

По мнению методистов-математиков (Г. И. Саранцев, Е. С. Петрова и др.), важнейшим видом учебной деятельности, в процессе которой школьниками усваивается математическая теория, развиваются их творческие способности и самостоятельность мышления, является решение задач. Поэтому, как уже говорилось ранее, ключевые компетентности на уроках математики необходимо формировать через специальные задачи, аналогичные задачам для проверки математической грамотности в исследованиях PISA.

Информационная компетенция

Для развития данного вида ключевых компетентностей целесообразно использовать следующие приемы.

1. Решение расчетных задач на движение и стоимость. За одну-две недели до урока-практикума учащимся выдается карточка с указанием набора данных, необходимых для урока. Дети собирают данные, используя доступные им источники. Данные адаптируются учителем при подготовке к уроку.

2. При изучении новых терминов учащиеся, пользуясь толковым словарем, дают различные определения математического понятия, например: в

математике модуль – это..., в строительстве модуль – это..., в космонавтике модуль – это...

Пример 1:

Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$. В лаборатории получили вещество, содержащее $m_0 = 12$ мг изотопа меди-64, период полураспада которого $T = 12,8$ часа.

В течение скольких часов количество изотопа меди-64 в веществе будет превосходить 3 мг?

Решение:

Т.к. $m_0 = 12$ мг, $T = 12,8$ часа, то $m(t) = 12 \cdot 2^{-t/12,8}$; по условию $m(t) \geq 3$, $2^{-t/12,8} \geq 2^{-2}$, $-t/12,8 \geq -2$, $t \leq 25,6$.

Ответ: 25,6 часа. ■

Пример 2:

Также можно познакомить учащихся с некоторыми экономическими аспектами жизни, например, с методом начисления процентов по простой процентной ставке.

Простая процентная ставка наращенная – ставка, при которой база начисления остаётся всегда постоянной [5, с. 98-100].

Для наглядности решим следующую задачу.

Студент Иван, чтобы увеличить свой капитал, решил положить 1000 рублей в банк. Банк предлагает простую процентную ставку, равную 8% годовых. Какую сумму получит клиент банка через три года?

Решение:

Так как процентная ставка простая, то начисление процентов происходит только на начальную сумму, т. е. на 1000 рублей.

Проценты за первый год составят $1000 \cdot 0,08 = 80$ (рублей). За второй и третий год проценты будут также по 80 рублей – согласно определению простой процентной ставки. Следовательно, за три года проценты составят $3 \cdot 80 = 240$ (рублей).

Иван через три года получит сумму, равную:

$$1000 + 240 = 1000 + 1000 \cdot 0,08 \cdot 3 = 1000 \cdot (1 + 3 \cdot 0,08) = 1240 \text{ (рублей).} \blacksquare$$

Переведём последнее выражение на математический язык, введя условные обозначения. Начальную сумму приёма за P , простую процентную ставку – $i_n\%$, конечную (наращенную) сумму – S , продолжительность периода начисления в годах – n . Тогда наше числовое выражение примет вид

$$P + P \cdot i_n \cdot n = S \quad (*)$$

Полученная формула $S = P \cdot (1 + i_n \cdot n)$ называется формулой наращенной суммы по простым процентам.

Второе слагаемое $P \cdot i_n \cdot n$ в выражении (*) называют процентом или доходом от предоставления капитала в долг за весь срок операции [5, с. 112].

Подобные задания можно выполнять как на уроке, так и на внеклассных занятиях.

Коммуникативная компетенция

Этот вид компетенции не является новым в школьной системе обучения, т.к. её реализация подразумевает использование различных коллективных (коммуникативных) приёмов работы (таких, как дискуссия, групповая работа, парная работа и др.). Данные приёмы активно используются в современной школе и им посвящено множество исследований.

Главным при реализации данной компетенции является соблюдение принципа полезности проводимой работы, чему способствуют следующие методы и приемы.

1. Работа в группах, например: сформулировать соседу по парте правило, определение, выслушать ответ, правильное определение обсудить в группе.
2. Сдача различных устных зачетов, проведение уроков-семинаров, уроков-конференций, уроков-диспутов.

Очевидно, что учащиеся смогут получить и отобрать нужную информацию, представить и грамотно отстоять свою точку зрения в диалоге или публичном выступлении.

Способность выражаться ясно и адекватно ситуации, слушать и понимать речь выступающего формируется при построении ответа у доски. Например, при решении текстовых задач по алгебре или геометрических задач на доказательство ученик должен провести рассуждения, объяснить каждое свое действие, чтобы было понятно всем, например:

Задача. *Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой*

$$y = ax^2 + bx,$$

где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = 1$ – постоянные параметры, $x(\text{м})$ – смещение камня по горизонтали, $y(\text{м})$ – высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

Решение. Задача сводится к решению неравенства $y \geq 9$: при заданных значениях параметров a и b имеем

$$y \geq 9 \Leftrightarrow -\frac{1}{100}x^2 + x \geq 9 \Leftrightarrow x^2 - 100x + 900 \leq 0 \Leftrightarrow 10 \leq x \leq 90 \text{ м.}$$

Камни будут перелетать крепостную стену на высоте не менее 1 метра, если камнеметательная машина будет находиться на расстоянии от 10 до 90 метров от этой стены. Наибольшее расстояние – 90 метров.

Ответ: 90.■

Исследовательская компетенция

Исследовательская деятельность учащихся на уроке – наиболее прогрессивный способ изучения математики, и одна из эффективных форм внеклассной работы по предмету. В концепции модернизации структуры и

содержания российского образования на период до 2020 г. одним из основных направлений является – создание условий для раскрытия способностей учащихся, подготовки их к жизни в высокотехнологичном конкурентном мире. Приобщение учащихся к исследовательской деятельности способствует самореализации и самосовершенствованию личности учащегося.

Целью развития исследовательской компетентности учащихся является социализация личности и реализация практико-ориентированного образования.

Продemonстрируем на примере, как такая модель позволяет обобщить задачу и перейти от исследования конкретных математических объектов к общей математической её постановке.

Вместо типового задания предлагается исследовательская работа по предложенной инструкции:

1. Собрать первичный фонд информации.
2. Проанализировать фонд.
3. Составить модели для исследования.
4. Собрать дополнительный фонд для всех видов.
5. Исследовать дополнительный фонд.
6. Составить модели для дополнительного фонда.
7. Сформулировать гипотезу.
8. Найти пути для установки её истинности или опровержения.
9. Представить результаты исследования.

В приложении 8 представлена модель проведения лабораторной работы «Применение свойств логарифмов, логарифмической функции при решении задач технического содержания».

Мыслительная активность учащихся поддерживается при решении производственных задач, используя компьютеры, калькуляторы. Учитель формирует у своих учеников убеждение в необходимости получения и применения полученных знаний для того, чтобы быть востребованным и полезным обществу.

В результате выполнения лабораторной работы ученики видят необходимость применения приобретённых знаний и умений по теме «Логарифмическая функция, график, свойства» при решении задач практического содержания.

Таким образом, формирование и развитие исследовательской компетентности приводит к тому, что не только повышается математическая грамотность, уровень математической культуры, но и вырабатывается у моих учеников готовность активно участвовать в обсуждении, а также формируется умение аргументировать свои суждения, т. е. позволяет быть им успешными в жизни.

Общекультурная компетенция

Говоря об использовании сведений из разных областей знаний, следует иметь ввиду не только использование материала из других наук на уроках

математики, но и использование понятий и методов математики на других уроках и в жизни.

Целью школьного образования в области формирования общекультурной компетенции (ОКК) является: достижение уровня ОКК, достаточного для ориентации в ценностях культуры, формирования способности самостоятельно оценивать конкретные явления культуры, для овладения методами самообразовательной деятельности.

Приведем примеры задач, способствующих формированию общекультурных компетенций.

1. *Задача. Поддержка президента*

Вопрос 1:

В России проводился опрос населения, чтобы определить уровень поддержки президента на предстоящих выборах. Четыре газеты провели свои собственные опросы населения страны. Результаты этих опросов приведены ниже (см. табл. 1).

Таблица 1

Газета 1	36,5% (опрос проводился 6 января на случайной выборке из 500 граждан, имеющих право голосовать)
Газета 2	41,0% (опрос проводился 20 января на случайной выборке из 500 граждан, имеющих право голосовать)
Газета 3	39,0% (опрос проводился 20 января на случайной выборке из 1000 граждан, имеющих право голосовать)
Газета 4	44,5% (опрос проводился 20 января, были опрошены 1000 людей, которые сами позвонили, чтобы проголосовать)

Результаты какой газеты лучше всего использовать для прогнозирования уровня поддержки президента, если выборы будут проводиться 25 января? Укажите две причины при обосновании вашего ответа.

Каким бы ни был путь формирования общекультурной компетенции, центральной фигурой является педагог. Роль транслятора культурных образцов предъявляет к его личности высокие требования: он сам должен обладать высоким уровнем культурной компетентности, которая проявляется и во внешнем облике и во внутреннем содержании. Это человек, обладающий высоким уровнем педагогической культуры, которая предполагает наличие определенных личностных качеств и профессионального мастерства, в совершенстве владеющий навыками межличностного взаимодействия.

Учебно-познавательная компетенция

(готовность к самообразованию, к решению проблем)

Познавательный интерес – избирательная направленность личности на предметы и явления окружающей действительности. Познавательный интерес выступает перед нами и как сильное средство обучения.

Эффективно данный вид компетентности развивается при решении нестандартных, занимательных, исторических задач, задач-фокусов, а также

при проблемном способе изложения новой темы: учитель создает такую ситуацию, чтобы проблема опиралась на личный опыт ребенка.

Для формирования готовности к самообразованию учащимся необходимо предлагать самостоятельно изучить некоторый теоретический материал, написать реферат, составить задачу и т.д.

Задачи прикладного характера различны по содержанию. Среди них существенно выделяются задачи с *экономическим содержанием*. Их значимость обусловлена тем вниманием, которое уделяется в настоящее время проблеме экономического воспитания и образования учащихся.

Использование задач с экономическим содержанием на уроках и во внеклассной работе по математике создает условия для:

- разъяснения учащимся сущности экономических терминов, часто употребляемых в задачах;
- формирования у учеников некоторых представлений об экономике страны;
- воспитания у школьников бережного отношения к национальному богатству страны;
- ознакомления учащихся с применением некоторых математических методов в экономике.

При решении значительного числа задач по математике школьники встречаются с такими экономическими терминами, как план, оплата труда, производительность труда, норма выработки, цена, стоимость, грузоподъемность, и другими. Как правило, использование этих терминов опирается на интуитивные представления учеников, которые не всегда верны. Поэтому учителю следует сущность этих терминов разъяснить учащимся. Речь идет не о точных определениях, а о создании у учеников верных представлений об употребляемых в задачах экономических понятиях. К сожалению, учитель математики не всегда готов к такой работе.

Покажем, как можно использовать задачи с экономическим содержанием на уроках математики, с целью формирования учебно-познавательной компетенции.

Перед тем, как предложить учащимся решить следующую задачу, важно, чтобы они усвоили некоторые факты теории, которыми необходимо будет воспользоваться. Материал можно раздать за неделю до урока, чтобы учащиеся смогли подготовиться.

Сведения по теме «*Потребительский кредит*»

Потребительский кредит – один из наиболее распространенных способов кредитования населения. Банки и предприятия предоставляют потребительский кредит для стимулирования спроса на товары, которые не всегда могут купить рядовые потребители.

В потребительском кредите чаще всего проценты начисляются на всю сумму кредита и присоединяются к основному долгу сразу при открытии кредита.

Классическим временным периодом для выдачи потребительского кредита является срок от полугода до трех лет.

В финансовой практике существует несколько схем погашения потребительского кредита [5, с. 103].

1. Равными выплатами

Пусть кредит размером P взят на n лет, годовая ставка простых процентов i_n , следовательно, всего надо набрать выплат на сумму $P \cdot (1 + n \cdot i_n)$. Если в год предусмотрено (договором о кредите) m выплат, то одна выплата равна:

$$p = \frac{P \cdot (1 + n \cdot i_n)}{m \cdot n},$$

где p – величина разового погасительного платежа.

2. «Правило 78»

При этом способе основной долг P выплачивается равными долями, а процентные деньги в размере $n \cdot i_n \cdot P$ – выплатами, уменьшающимися в арифметической прогрессии, и последняя выплата равна разности этой прогрессии. Если в год предусмотрено m выплат (например, 12 – при ежемесячных выплатах), то самая последняя выплата равна d – неизвестной пока разности прогрессии, а первая – $m \cdot n \cdot P$. Тогда сумма всех выплат

$$d + 2d + \dots + mnd = \frac{(1 + mn)mnd}{2}$$

должна быть равной процентным деньгам, то есть

$$\frac{(1 + mn)mnd}{2} = n \cdot i_n \cdot P,$$

откуда можно найти d и все выплаты процентных денег.

На практике для нахождения процентных платежей поступают следующим образом: вначале считают сумму номеров всех выплат

$$N = (1 + 2 + \dots + m \cdot n) = \frac{(1 + mn)m \cdot n}{2}$$

и делят процентные деньги на N частей: далее первый платеж равен $m \cdot n$ таких частей, второй платеж будет на одну часть меньше и т. д., последний платеж равен ровно одной части. Например, сумма номеров месяцев в году равна 78, отсюда и название этого правила.

Погашение кредита по «правилу 78» наиболее выгодно для кредитора.

Пример:

Магазин предоставляет кредит на телевизор стоимостью 12 000 рублей под 28 % годовых, 10 % стоимости телевизора оплачивается сразу, а на остальную часть банк предоставляет покупателю потребительский кредит сроком на один год. Составьте план погашения данного кредита по «правилу 78». Оплата ежемесячная.

Решение:

$12000 \cdot 0,1 = 1200$ (руб.) оплатит потребитель сразу, $12000 - 1200 = 10800$ (руб.) сумма предоставленного кредита банком, т. е. $P = 10800$.

Проценты за данный кредит составят:

$$I = Pni_n = 10800 \cdot 1 \cdot 0,28 = 3024 \quad (\text{руб.})$$

Сумма, которую заплатят за предоставленный кредит, составит

$$S = P(1 + ni_n) = 10800(1 + 1 \cdot 0,28) = 13824 \quad (\text{руб.})$$

Значит, ежемесячные выплаты будут составлять:

$$p = \frac{13824}{1 \cdot 12} = 1152 \quad \text{рубля.}$$

План ежемесячных погашений по данному кредиту удобнее показывать в виде таблицы (см. табл. 2).

Таблица 2

№	Сумма погашения процентных денег (руб.)	Сумма погашения основного долга (руб.)	Остаток основного долга (руб.)
1	465,23	686,77	10800
2	426,46	725,54	10113,23
3	387,69	764,31	9387,23
4	348,92	803,08	8623,38
5	310,15	841,85	7820,30
6	271,38	880,62	6978,45
7	232,62	919,38	6097,83
8	193,85	958,15	5178,45
9	155,08	996,92	4220,30
10	116,31	1035,69	3223,38
11	77,54	1074,46	2178,69
12	38,77	1113,23	113,23
Итог	3024	10800	

Вычисления:

$$1. \quad \frac{12}{78} I = \frac{12}{78} \cdot 3024 = 465,234; \quad 1152 - 465,23 = 686,77; \quad 10800 - 686,77 = 10113,23.$$

$$2. \quad \frac{11}{78} I = \frac{11}{78} \cdot 3024 = 426,46; \quad 1152 - 426,46 = 725,54; \quad 1011,23 - 725,54 = 9387,69.$$

$$3. \quad \frac{10}{78} I = \frac{10}{78} \cdot 3024 = 387,69; \quad 1152 - 387,69 = 764,31; \quad 9387,69 - 764,31 = 8623,38.$$

$$4. \quad \frac{9}{78} I = \frac{9}{78} \cdot 3024 = 348,92; \quad 1152 - 348,92 = 803,08; \quad 8623,38 - 803,08 = 7820,30.$$

5. $\frac{8}{78} I = \frac{8}{78} \cdot 3024 = 310,15$; $1152 - 310,15 = 841,85$; $7820 - 841,85 = 6978,15$.
6. $\frac{7}{78} I = \frac{7}{78} \cdot 3024 = 271,38$; $1152 - 271,38 = 880,62$; $6978,15 - 880,62 = 6097,53$.
7. $\frac{6}{78} I = \frac{6}{78} \cdot 3024 = 232,62$; $1152 - 232,62 = 919,38$; $6097,53 - 919,38 = 5178,15$.
8. $\frac{5}{78} I = \frac{5}{78} \cdot 3024 = 193,85$; $1152 - 193,85 = 958,15$; $5178,15 - 958,15 = 4220,00$.
9. $\frac{4}{78} I = \frac{4}{78} \cdot 3024 = 155,08$; $1152 - 155,08 = 996,92$; $4220,00 - 996,92 = 3223,08$.
10. $\frac{3}{78} I = \frac{3}{78} \cdot 3024 = 116,31$; $1152 - 116,31 = 1035,69$; $3223,08 - 1035,69 = 2187,39$.
11. $\frac{2}{78} I = \frac{2}{78} \cdot 3024 = 77,54$; $1152 - 77,54 = 1074,46$; $2187,39 - 1074,46 = 1112,93$.
- $\frac{1}{78} I = \frac{1}{78} \cdot 3024 = 38,77$; $1152 - 38,77 = 1113,23$; $1113,23 - 1113,23 = 0$.

В качестве домашнего задания можно предложить следующие задачи:

1. Телевизор ценой 16 000 рублей продается в кредит на 2 года под 11 % годовых. Составьте план погашения данного кредита равными выплатами. Кредит выплачивается поквартально.
2. Ювелирное изделие стоимостью 10 000 рублей продается в кредит на один год под 10 % годовых. Какой платеж нужно вносить, если оплата по данному кредиту производится ежемесячно?

Подобные задачи также можно использовать на внеклассных занятиях.

Математика, в отличие от большинства других преподаваемых в школе дисциплин, имеет предметом своего изучения не непосредственно вещи, составляющие окружающий нас внешний мир, а количественные отношения и пространственные формы, свойственные этим вещам. Этой особенностью математической науки в первую очередь объясняются те хорошо известные методические трудности, которые неизбежно встают перед преподавателем математики и которых почти не знают преподаватели других наук: перед учителем математики стоит нелегкая задача – преодолеть в сознании учеников возникающее со стихийной неизбежностью представление о «сухости», формальном характере, оторванности этой науки от жизни и практики. Поэтому, целесообразно использовать некоторые факты из истории математики, которые могут быть преподнесены ученикам в виде рассказа, рассмотрения и объяснения рисунка, краткого замечания, разбора задачи, сопровождаемого исторической справкой.

В процессе обучения математике учащиеся незаметно для себя выполняют различные упражнения, где им приходится сравнивать множества, выполнять арифметические действия, тренироваться в устном счете, решать задачи. Игры ставят ученика в условия поиска, пробуждают интерес к победе, а отсюда – стремление быть быстрым, собранным, ловким, находчивым,

уметь четко выполнять задания, соблюдать правила. В играх, особенно коллективных, формируются и нравственные качества личности.

Таким образом, каждому учителю необходимо выработать свою стратегию формирования учебно-познавательной компетенции. Есть стратегия, значит легче обеспечить практику, которая включает все то, что значимо в ближайшие уроки: оснащение задач жизненным и историческим материалом, включение театрализации, игровых и деловых ситуаций, поощрений, соревнований, различных форм сотрудничества.

Перед учителями и методистами стоит много проблем, связанных с методикой применения задач в обучении математике. Одной из таких проблем является определение системы задач, реализующих идею развивающего и воспитывающего обучения математике. И прежде всего определение системы задач, направленных на формирование у учащихся умения самостоятельно и творчески изучать математику, тем самым создавать предпосылки активному применению математических знаний в дальнейшем. Любая математическая задача, решаемая на уроках, на внеклассных занятиях или дома, должна обязательно чему-нибудь научить учащихся. решение каждой задачи должно быть шагом вперед в развитии математических знаний, умений и навыков учащихся, в воспитании диалектико-материалистического мировоззрения, должно обогащать их знания и опыт, учить их ориентироваться в различных задачах ситуациях.

Конечно, надо учить школьников применять к решению задач различные математические методы (метод уравнений, векторный и координатный методы, метод геометрических преобразований). Но также необходимо на каждом этапе обучения математике учить школьников решать задачу вообще, формировать у них умения и навыки, нужные для решения любой математической задачи, прививать им вкус и навыки к выполнению работы исследовательского характера. При этом школьников следует научить отдавать себе отчет о том, какой навык они приобрели, решая ту или иную задачу, что (наиболее важное и полезное) имеет смысл сохранить в памяти, а что можно забыть. [13, с. 5-11]

Одно из важнейших познавательных универсальных действий – умение решать проблемы или задачи.

Математические задачи, в которых есть хотя бы один объект, являющийся реальным предметом, принято называть текстовыми (сюжетными, практическими, арифметическими).

Структура текстовой задачи: условия и требования (вопроса) [28, с. 97-115].

Выделяют три типа задач:

- ❖ Задачи, решение которых состоит в стереотипном воспроизведении заученных действий. Степень трудности данных задач связана с тем, насколько сложным является навык воспроизведения действий и насколько он прочно освоен. Последний фактор становится основным.

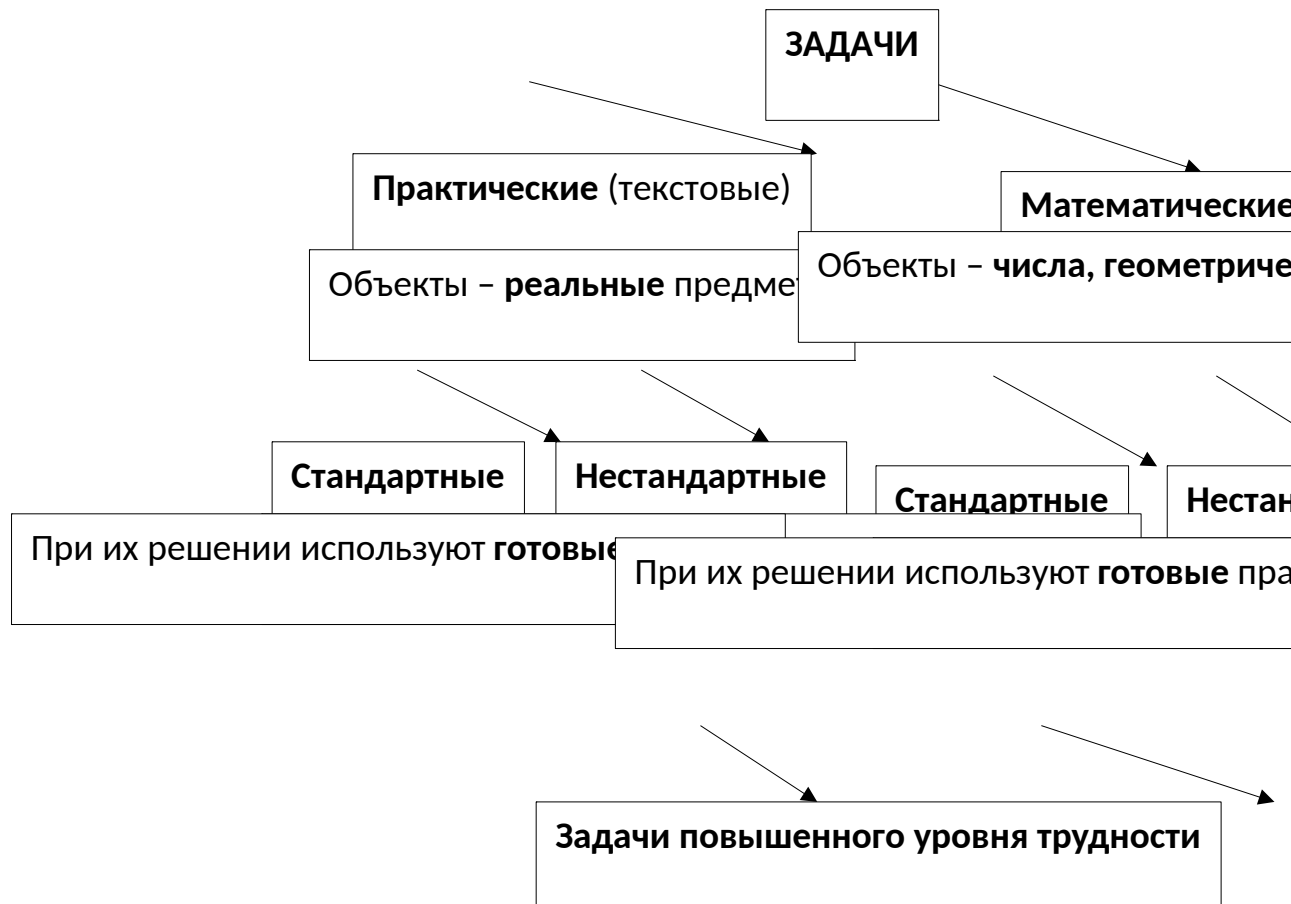
- ❖ Задачи, решение которых требует некоторой модификации заученных действий в изменившихся условиях. Степень трудности в данном случае связана с количеством и разнородностью элементов, которое необходимо координировать наряду с описанными выше особенностями.
- ❖ Задачи, решение которых требует поиска новых, еще неизвестных способов действий. К данным задачам относятся такие, которые, требуют творческой активности, эвристического поиска новых, неизвестных схем действий или необычной комбинации известных.

Задачи последнего типа вызывают у учащихся наибольшие затруднения – их называют нестандартными и занимают они значительное место среди задач повышенной трудности.

В условиях одних задач объектами являются реальные предметы (задачи с практическим содержанием), в других – все объекты математические (математические задачи) (числа, геометрические фигуры). Как первые, так и вторые, в свою очередь могут быть *стандартными* (т.е. для их решения используют готовые правила, определения) и *нестандартными* (для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения).

В педагогике и методике общие указания-рекомендации, которыми следует руководствоваться при решении нестандартных задач принято называть *эвристическими правилами* (см. схему 1).

Схема 1. Задачи и их виды

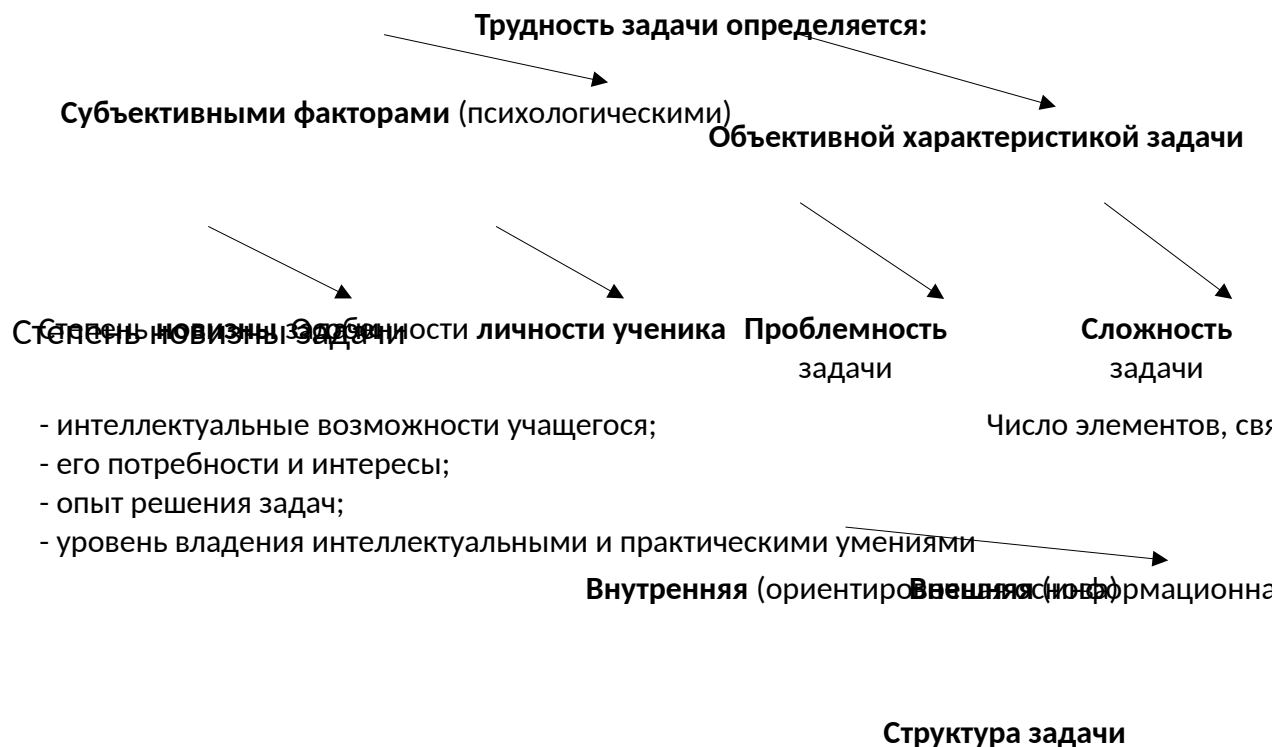


Задачи повышенного уровня трудности относятся к *нестандартным задачам*.

Далее рассмотрим, чем определяется *трудность* нестандартных задач.

Трудность задачи – психолого-дидактическая категория, представляющая собой совокупность многих субъективных факторов, зависящих от особенностей личности: степень ее новизны, интеллектуальные возможности учащегося, его потребности и интересы, опыт решения задач, уровень владения интеллектуальными и практическими умениями. Основным компонентом трудности задачи – *степень ее проблемности и сложности*. *Сложность* задачи является объективной характеристикой, не зависящей от субъекта, она определяется числом элементов, связей, которые образуют внутреннюю структуру задачи. *Элементы* – это такие минимальные компоненты задачи, на которых реализовано основное отношение. Внутренняя структура определяет стратегию (ориентировочную основу способа) решения задачи и ее сложность. Внешняя (информационная) структура задачи сравнительно легко устанавливается в процессе анализа задачи, однако ее внутренняя структура при этом не выявляется (см. схему 2).

СХЕМА 2. Составляющие трудности нестандартных¹ задач.



Особенность задач повышенной трудности состоит и в том, что они в большей степени, чем стандартные задачи, способствуют развитию мыслительных операций, свойств мышления. В частности, любой вид задач

¹ «Нестандартные задачи – это такие, для которых в курсе математики не имеется общих правил и положений, определяющих точную программу их решения» [26, с. 24-27].

повышенной трудности в большей или меньшей степени развивает вариативность, гибкость, абстракцию мышления, операции анализа и синтеза.

Рассмотрим отдельные методические приемы обучения учащихся умениям решать задачи повышенного уровня трудности.

Прежде всего, не следует идти по самому легкому в этом случае пути – познакомить ученика с готовым решением. Не следует и подсказывать, к какому разделу школьного курса математики относится предложенная задача, какие известные учащимся свойства и теоремы нужно применить при решении.

Решение таких задач – очень сложный процесс, для успешного осуществления которого учащийся должен уметь думать, догадываться. Необходимо также хорошее знание фактического материала, владение общими подходами к решению задач, опыт в решении нестандартных задач.

В процессе решения каждой задачи и ученику, и учителю целесообразно четко различать четыре этапа:

- 1) изучение условия задачи;
- 2) поиск плана решения и его составление;
- 3) осуществление плана, т.е. оформление найденного решения;
- 4) изучение полученного решения – критический анализ результата решения и отбор полезной информации.

Для того, чтобы учащийся смог найти путь к решению задач, учитель должен уметь поставить себя на его место, попытаться увидеть и понять источник возможных затруднений, направить усилия в наиболее естественное русло. Своевременное и грамотное оказание помощи ученику будет способствовать развитию математических способностей, накоплению опыта, который в дальнейшем поможет находить путь к решению новых задач.

Учителю важно и необходимо, чтобы школьники больше внимания уделяли изучению полученного решения – это будет способствовать формированию умений и выработке навыков решения задач, повышенного уровня трудности. Можно предлагать учащимся видоизменять условие задачи, чтобы закрепить способ ее решения, придумывать задачи, аналогичные решенным, более или менее трудные, с использованием найденного при решении основной задачи способа решения.

Учителю необходимо учитывать тот факт, что решение задач является не самоцелью, а средством обучения. Важно: обсуждать найденное решение, заниматься поиском других способов решения, закреплять в памяти приемы, которые были использованы, выявлять условия возможности применения этих приемов. Действительно, именно через такие задачи учащиеся могут узнать и глубоко усвоить новые математические факты, овладеть новыми математическими методами, накопить определенный опыт, сформировать умения самостоятельно и творчески применять полученные знания.

Решение задачи – крайне сложный процесс. Дать учащимся определённые правила, которые позволили бы решить любую задачу повышенного уровня трудности, невозможно: такие задачи в какой-то степени неповтори-

мы, а универсального метода решения – нет; строгое выполнение всех указаний не сможет творческий процесс отыскания решений нестандартных задач уложить в определенные схемы.

2.2. Программно-методическое обеспечение

Профессионально-педагогическая подготовка будущего учителя математики – его состояние перед началом педагогической деятельности:

- 1) приобретенные знания, навыки и умения в области осознанно выбранной педагогической профессии,
- 2) его личные качества,
- 3) способность проявить себя посредством педагогической деятельности,
- 4) стремление к постоянному совершенствованию своих профессиональных возможностей.

Безусловно, что от сущности предстоящей сферы профессиональной деятельности, для которой осуществляется подготовка специалиста, будет зависеть система профессиональной подготовки. Процесс преподавания математики в средних специальных и профессиональных образовательных учреждениях является такого рода областью, т.к. преподавателю математики приходится работать в подобной среде.

В последнее время в содержании математического образования в средних общеобразовательных школах и средних специальных профессиональных образовательных учреждениях происходят серьезные изменения, масштабы которых так велики, что они в корне меняют представления о деятельности преподавателя математики и, следовательно, выдвигают все новые требования к его подготовке.

Подготовка преподавателя математики – это прежде всего его образовательный аспект. Также необходимо отметить, что подготовка в сфере профессиональной педагогической деятельности не менее важна, чем подготовка по математической дисциплине в целом. Другими словами, подготовку преподавателя математики можно назвать обучением, направленным на будущую профессиональную деятельность, в которой в равной мере значимы как образование, так и профессиональный аспект.

Подготовка преподавателя математики в ВУЗе осуществляется по следующим основным направлениям:

- 1) общекультурному,
- 2) интеллектуальному,
- 3) предметному материалу (математике).

Немаловажна и обязательна общая психолого-педагогическая подготовка учителя математики. На последних курсах осуществляется методическая подготовка к деятельности преподавателя математики в общеобразовательных школах и средних специальных профессиональных образовательных учреждениях на профессиональном уровне. Такое напри-

вление подготовки преподавателя называют методическим [8, с. 203-217].

В настоящее время (в высших педагогических образовательных учреждениях) методическая подготовка будущего преподавателя математики – это целенаправленный, организованный учебный процесс, который направлен на усвоение:

- 1) теоретических и прикладных основ преподавания математики,
- 2) психолого-педагогических знаний,
- 3) практических навыков и умений.

Считаем, что основные направления системы методической подготовки будущего преподавателя математики в ВУЗах необходимо привести в соответствие с новыми направлениями современного математического образования в общеобразовательных школах и средних специальных профессиональных образовательных учреждениях. Так как выпускники и студенты сталкиваются с рядом трудностей в применении соответствующей методики к различным ситуациям в преподавании математики в современной школе, среднем специальном образовательном учреждении (в частности, в дифференциации учащихся по их одаренности и уровню). Не в полном объеме овладевают навыками проектирования занятия, т.е. математического содержания. Внедрение инновационных методов в процесс преподавания требует от них особой активности – мобильности и творчества.

Студенты выпускных курсов, подчеркивая важность как математической, так и профессионально-методической подготовки, особо отмечают важность знания психологических аспектов преподавания математики, способов объяснения нового материала и решения задач, организации учебно-познавательной деятельности учащихся на занятиях [18, с. 3-5].

Происходящая модернизация математического образования заставляет совершенствовать учебную литературу по математике, формы и методы её преподавания – следствием чего становится (это должно быть предусмотрено) совершенствование вузовского курса методики преподавания математики, форм, методов и средств занятий, которые студенты должны усвоить и в дальнейшем использовать в своей профессиональной деятельности.

Далее перечислим основные методические навыки, которые должны быть сформированы у будущего учителя математики:

- 1) знание и умение применять на уроках математики научных методов, как анализ материала урока с методической точки зрения, синтез, абстрагирование, обобщение, сравнение, сопоставление, индукция, дедукция, наблюдения;
- 2) умение анализировать основные понятия, содержания тем и логической структуры курса математики;
- 3) умение правильно подбирать степень (от простого к сложному) изложения нового материала;
- 4) сформировать у учащихся навык работы с учебником математики;

- 5) умение предвидеть возможные затруднения в изучении учащимися конкретной темы и организовать работу по их устранению;
- 6) умение выделить и систематизировать важное в изучаемом материале;
- 7) уметь классифицировать учебные задачи, выбранные для решения на уроке (по типам, по уровням сложности и т.д.).

Одним из важнейших из перечисленных умений, на наш взгляд, является классификация учебных задач, выбранных для решения на уроке, и объяснение учебного материала в доступной форме с учетом индивидуальных и возрастных особенностей учащихся.

Представим классификацию таких задач следующим образом:

- а) задачи, в решении которых преобладает синтез, т.е. решение задачи сводится к получению самых простых результатов из её условия. Обычно, это самые простые задачи, их относят к уровню минимального планирования результатов обучения;
- б) задачи, решения которых начинается непосредственно с применения метода «анализа», т.е. учащиеся начинают с установления причин (фактов), которые необходимо доказать. В решении подобных задач обязательно присутствует синтезирующая деятельность;
- с) часто приходится решать задачи, где требуется сначала синтез, затем анализ, затем снова синтез (такой синтез может повторяться). Решение подобных задач принято называть аналитико-синтетической деятельностью.

Адекватность методики изучения проблемы эмпирическому и теоретическому развитию – один из основных факторов, влияющих на успешное усвоение учащимися учебного материала. Степень развития теоретического мышления определяет оптимальный уровень строгости в изложении материала, а нарушение этого соответствия оказывает отрицательное влияние, как на результаты обучения, так и на развитие мышления учащихся в целом.

Таким образом, можно считать, что при планировании материала, который должны усвоить учащиеся, преподаватель должен индивидуализировать количество выполняемых заданий и задач (в том числе и учет возрастных особенностей класса и отдельных учащихся).

Можно утверждать, что в качестве основного фактора развития методической подготовки преподавателя математики является подготовка к решению задач. К методам решения задач повышенного уровня трудности можно отнести следующие: методы «мыслительной деятельности», «составление цепи задач, содержащих новую информацию» [23, с. 158].

Считаем, что в качестве основного фактора развития методической подготовки преподавателя математики является подготовка к решению нестандартных задач, задач повышенного уровня трудности.

Учитывая тот факт, что модернизация общеобразовательной школы ориентирует образование как на усвоение определенной суммы знаний, так и на развитие личности, ее познавательных способностей, то учителю важно

и необходимо среди миллионов людей найти способных, талантливых, гениев. Далее рассмотрим некоторые методические рекомендации по организации подготовки учащихся средних классов к решению олимпиадных задач (это также задачи повышенного уровня трудности) по математике.

Выявление одарённых детей должно идти постоянно, начиная со школы. Распространённая форма отбора одаренных учащихся – математические олимпиады. Олимпиады занимают важное место в развитии детей. Именно на 1 ступени обучения происходят первые открытия ребёнка. Олимпиады позволяют ученику познать себя, дают возможность утвердиться в собственных глазах и среди окружающих; служат развитию творческой инициативы ребёнка. Олимпиадная задача по математике – это задача повышенной трудности, нестандартная как по формулировке, так и по методам решения.

Одним из наиболее сложных моментов в обучении остается вопрос: как научить учащихся решать нестандартные задачи, задачи повышенного уровня трудности? Между тем обучение решению таких задач на раннем этапе при подготовке к олимпиадам могло бы развивать математические способности и интерес к предмету у учащихся.

Для успешного участия в олимпиадах учителю необходимо выполнение следующих условий:

- ❖ систематическое проведение внеклассной работы по предмету;
- ❖ обеспечение регулярности проведения всех этапов олимпиад;
- ❖ серьезная, содержательная и интересная подготовительная работа перед проведением каждого этапа олимпиад;
- ❖ хорошая организация проведения олимпиад;
- ❖ интересное предметное содержание соревнований.

Успех учащегося на олимпиаде связан не только со способностями, но и с приобретением опыта решения различных нестандартных задач, тренировки.

В процессе беседы с ведущим математиком города Батайска (педагогический стаж работы – 45 лет), председателем МО города, учителем высшей квалификационной категории Гудковой Валентиной Дмитриевной, были выявлены, обобщены и систематизированы следующие методические рекомендации по организации и подготовке детей к решению задач повышенного уровня трудности, участию в олимпиадах, охарактеризуем их.

При подготовке к решению подобных задач, участию в различных математических олимпиадах и мероприятиях желательно использовать различные направления:

1. Внеклассная работа.
2. Работа на уроке.
3. Творческие задания на дом.
4. Заочные олимпиады и конкурсы.

1. Внеклассная работа включает кружковую работу, школьный этап олимпиады, проведение «Недели математики», математических турниров, вечеров и т.д.

2. В процесс урока всегда можно вклинить задачу, развивающую ученика. В современных учебниках много задач со «звездочкой», которым стоит уделить внимание. Необходимо проводить дифференцированные зачетные и контрольные работы. Задачи на нахождение нестандартных методов решения, составление задач на смекалку, примеров на устные упражнения, сообщений. Решение олимпиадных задач можно проводить на индивидуально-групповых занятиях.

3. К олимпиадам можно готовить, используя такие приемы, как: «Составь задачу, аналогичную составленной в классе»; «Придумайте ребусы по теме»; «Составьте кроссворд (анаграмму, софизм и т.д.); «Придумайте задачу-сказку по теме» и т.п. Необходимо рекомендовать учащимся пользоваться дополнительной литературой, заниматься поиском решения задач самостоятельно. Заочная работа – одно из главных направлений подготовки детей к олимпиадам. Многие ВУЗы, периодические издания часто объявляют о проведении различных конкурсов для любителей решать задачи повышенного уровня трудности.

Одним из главных моментов подготовки учащихся к олимпиадам и конкурсам по математике считают формирование умения определять уровень сложности² задачи для распределения времени на выполнение заданий конкурса.

При подготовке учащихся к олимпиадам и конкурсам по математике, также важно учитывать трудность задачи, обращать особое внимание на отработку основных направлений и разделов таких как:

- 1) текстовые задачи;
- 2) ребусы;
- 3) теория чисел;
- 4) криптограммы.

Особенно важен тот факт, чтобы школьники знали общую идею решения задачи, лежащую в основе всех методов и способов: решая новую задачу, попытаться свести её к одной или нескольким ранее решенным задачам.

Таким образом, считаем, что математические конкурсы, олимпиады имеют большое значение при решении ряда вопросов относящихся проблеме математического образования в общеобразовательных школах, в том числе и при решении и использовании задач повышенного уровня трудности. Они пробуждают у детей интерес и любовь к предмету, учат их оригинально

²Сложность – это объективная характеристика задачи, определяемая ее структурой и зависящая от многих факторов, например, таких как объем информации, числа данных в задаче, связей между ними, количества возможных выводов из условия задачи и т.д. Также определить примерный уровень сложности задачи можно по указанному к ней количеству баллов.

мыслить, принимать решения в сложных жизненных ситуациях. В процессе олимпиадной подготовки учащихся формируются следующие УУД:

- Личностные: проявлять учебно-познавательный интерес к новому учебному материалу и способам решения учебных и практических задач; уметь проводить самооценку на основе критерии успешности учебной деятельности.
- Регулятивные: оценивать правильность выполнения действия на уровне адекватной ретроспективной оценки, выдвигать гипотезу, проговаривать последовательность действий при решении задач, развивать умения анализировать жизненные ситуации и принимать обоснованные решения.
- Коммуникативные: уметь оформлять свои мысли в устной форме, уметь доказывать свою точку зрения.
- Познавательные: уметь ориентироваться в своей системе знаний, искать и выделять необходимую информацию из разных источников.

Но, к сожалению, практика показывает, что ВУЗы, готовящие будущих учителей, недостаточно времени уделяют выше перечисленным аспектам: основной упор делается на теорию; педагогические практики краткосрочны, недостаточно методически обоснованы. На наш взгляд, необходимо вводить специальные курсы, дополнительные факультативы для студентов, дисциплины по данной проблематике, проводить методические семинары, детально обсуждать все ситуации, возможные проблемы, затруднения и пути их устранения при решении и использовании задач повышенного уровня сложности, нестандартных задач; готовить будущих выпускников к организации и участию их учащихся к различным математическим олимпиадам и движениям.

2.3. Оценка компетентностей учителей математики в области решения задач повышенной трудности

В данном разделе рассмотрим то, как можно оценить компетентность учителей в области решения задач повышенной трудности.

Изучив и проанализировав статью Н.А. Казачек, в которой представлена модель математической компетентности будущего учителя математики, определены критерии и показатели сформированности математической компетентности. Обобщим и систематизируем основные ее положения [11, с. 106-110].

По словам автора, математическая компетентность – одна из составляющих профессиональной компетентности будущего учителя математики.

Систематизируем содержание математической компетентности будущего учителя математики.

Математическая компетентность – интегральное свойство личности, которое выражается в наличии глубоких и прочных знаний по математике, в умении применять имеющиеся знания в новой ситуации, способности достигать значимых результатов и качества в деятельности [30, с. 108].

Изучив диссертационное исследование В. А. Адольфа, выделим следующие компоненты профессиональной компетентности учителя:

- 1) мотивационный,
- 2) целеполагающий,
- 3) личностный
- 4) содержательно-операционный [1, с. 189].

Многие авторы в своих научных работах сходятся во мнении о том, чтобы достичь значимых результатов в математической деятельности необходимо обладать системой знаний и умений, мотивов осуществления деятельности и ценностных ориентаций в области математики, а также сформированностью рефлексивно-оценочных умений.

Для данного диссертационного исследования будем использовать подход Н. Г. Ходыревой – в нём объединены содержательный и процессуальный компоненты. Таким образом, в состав математической компетентности включаются следующие компоненты:

- 1) мотивационно-ценностный компонент;
- 2) содержательно-процессуальный компонент;
- 3) рефлексивный компонент.

Далее охарактеризуем содержание выделенных компонентов математической компетентности будущего преподавателя.

По мнению В. А. Адольфа, который рассматривал формирование профессиональной компетентности учителя, можно перечислить наиболее значимые мотивы: «...познавательная потребность, интерес к процессу обучения учащихся, любовь к детям, стремление к позитивному результату деятельности. А также мотивы престижности профессии, самоутверждения, общения с людьми сходных жизненных интересов являются весьма распространенными» [1, с. 55].

Остановимся детально на каждом из представленных компонентов.

Мотивационно-ценностный компонент математической компетентности представляет собой совокупность ценностных ориентаций, социальных установок, потребностей, интересов, составляющих основу мотивов, – все то, что характеризует направленность личности. Чтобы с успехом и достойными результатами осуществлять деятельность в математической области, важны такие составляющие, как интерес к предмету, стремление к обогащению математическими знаниями и умениями. Учитывая тот факт, что речь идет о математической компетентности будущего учителя математики, то в мотивационно-ценностный компонент должны быть включены мотивы педагогической деятельности, направленность на передачу имеющихся знаний.

Б. С. Гершунский [7, с. 12], в своем исследовании, рассуждая об образовании как ценности государственной, общественной, особо выделяет личностную ценность образования, индивидуально мотивированное и стимулированное отношение человека к собственному образованию, к его уровню

и качеству, считая их основополагающими в стремлении человека к обучению [7, с. 306].

Содержательно-процессуальный компонент математической компетентности – совокупность специальных знаний, умений и навыков, необходимых для достижения качества и результатов математической деятельности. В данный компонент включены знания теоретических основ предмета (дисциплины) и умения применять полученные знания в математической практике, а также готовность к применению приобретенных знаний, умений и навыков в будущей профессиональной деятельности [30, с. 74].

В рефлексивный компонент математической компетентности включены такие составляющие, как осознание, оценка человеком своих знаний, умений, результатов деятельности, самосознание, самоконтроль, самооценка. Данный компонент компетентности учителя предполагает сформированность такого психологического качества, как педагогическая рефлексия.

«Педагогическая рефлексия – обращенность сознания учителя на самого себя, учет представлений учащихся о его деятельности и представлений ученика о том, как учитель понимает деятельность ученика» [8, с. 20].

Учитывая тот факт, что в данном диссертационном исследовании речь идет о формировании профессиональных компетентностей будущих учителей математики, особый интерес вызывает рефлексия предметной подготовки студентов, которая будет осуществлена по результатам учебной деятельности и первой педагогической практики – одной из первых возможностей оценить себя со стороны учащихся.

Определим критерии сформированности математической компетентности и определим их в соответствии с компонентами математической компетентности:

- 1) мотивационно-ценностный;
- 2) содержательно-процессуальный;
- 3) рефлексивный.

Изучив и проанализировав исследования А. А. Виландеберк и Н. Л. Шубиной, можно выделить следующие *три уровня сформированности математической компетентности*:

- 1) пороговый,
- 2) стандартный,
- 3) эталонный [6, с. 79].

Далее в таблице представлено описание каждого из критериев сформированности математической компетентности с помощью показателей сформированности (см. табл. 3).

Таблица 3

Критерии и показатели сформированности математической компетентности

Критерий	Показатели (по уровням)
	<u>Пороговый:</u>

<i>Мотивационно-ценностный</i>	1) наличие социальной установки на изучение математики; 2) наличие социальной установки на обучение математики	
	<u>Стандартный:</u> 1) наличие интереса к математике; 2) наличие интереса к обучению математике	
	<u>Эталонный:</u> 1) наличие потребности в изучении математики; 2) наличие потребности в обучении математике	
<i>Содержательно-процессуальный</i>	<i>Я знаю и понимаю</i>	<u>Пороговый:</u> 1) базовые термины математики; 2) теоретические основы математики; 3) актуальные проблемы математики в рамках учебной информации
		<u>Стандартный:</u> 1) междисциплинарные основы математики; 2) основы научной коммуникации; 3) терминосистема математики
		<u>Эталонный:</u> 1) способы и методы ведения научной дискуссии; 2) актуальные проблемы математики, выходящие за рамки учебной информации; 3) новейшие теории, интерпретации, методы и технологии в математике
	<i>Я умею</i>	<u>Пороговый:</u> 1) найти необходимую информацию по математике; 2) изложить основные теоретические проблемы математики; 3) репродуцировать имеющуюся информацию
		<u>Стандартный:</u> 1) использовать в соответствующей задаче коммуникативные регистры и формы общения; 2) устанавливать междисциплинарные связи; 3) анализировать и синтезировать полученную информацию
		<u>Эталонный:</u> 1) критически оценивать и интерпретировать научный опыт; 2) систематизировать и тестировать полученную информацию; 3) анализировать и синтезировать полученную информацию
	<i>Я готов</i>	<u>Пороговый:</u> 1) к основам исследовательской деятельности в профессиональной области; 2) к воспроизведению полученных знаний; 3) к исполнению поставленных профессиональных задач
		<u>Стандартный:</u> 1) к проведению научного эксперимента; 2) к использованию современных технологий для

		получения научных результатов; 3) к внедрению профессиональных знаний в профессиональную деятельность.
		<u>Эталонный:</u> 1) к эмпирической проверке научных теорий; 2) к принятию нестандартных решений профессиональных задач; 3) к продолжению обучения на следующей ступени.
Рефлексивный	<u>Пороговый:</u> 1) умение осуществлять самоконтроль и самооценку математических знаний и умений; 2) умение проводить самооценку применения математических знаний и умений в профессиональной сфере.	
	<u>Стандартный:</u> 1) периодическое осуществление самоконтроля и самооценки математических знаний и умений; 2) периодическое проведение самооценки применения математических знаний и умений в профессиональной сфере.	
	<u>Эталонный:</u> 1) регулярное осуществление самоконтроля и самооценки математических знаний и умений; 2) стремление к постоянной самооценке профессиональной деятельности через результаты деятельности обучающихся; 3) самостоятельная коррекция знаний и умений по результатам самооценки.	

Показатели, предложенные А. А. Виландеберк и Н. Л. Шубиной, взяты за основу для содержательно-процессуального критерия, для оставшихся двух критериев показатели определены согласно выделенным уровням сформированности математической компетентности.

Таким образом, была определена сущность математической компетентности будущего учителя математики, обобщена и систематизирована структура математической компетентности, представлены критерии, показатели и уровни сформированности математической компетентности будущего учителя математики [6, с. 59].

Далее проанализируем результаты опытно-экспериментальной работы по выявлению, формированию и оценке уровня сформированности компетентностей учителей математики (в том числе и будущих учителей) в области решения задач повышенной трудности, отношения к использованию и решению подобных задач в профессиональной деятельности.

Первая часть опытно-экспериментальной работы – анкетирование выпускников Южного Федерального Университета факультет математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича (Педагогическое образование, профиль математика)

С целью выявления отношения выпускников – будущих учителей математики к использованию на уроках задач повышенного уровня трудности, был составлен опросный лист, текст которого представлен в приложении №1. Анкетирование было осуществлено через социальную сеть, а

респондентами стали студенты-бакалавры 51 группы Южного Федерального Университета института математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича (Педагогическое образование, профиль математика).

В процессе опроса были получены следующие результаты.

1) На первый вопрос *«Как часто Вы решаете на занятиях задачи повышенного уровня трудности?»* 19% студентов ответили, что такого рода задачи они решают эпизодически. Интересен тот факт, что 78% опрошенных решают такие задачи в основном на занятиях по алгебре и геометрии, и всего лишь 3% считают, что данные задачи не присутствуют в процессе обучения (рис. 1).

1 ВОПРОС

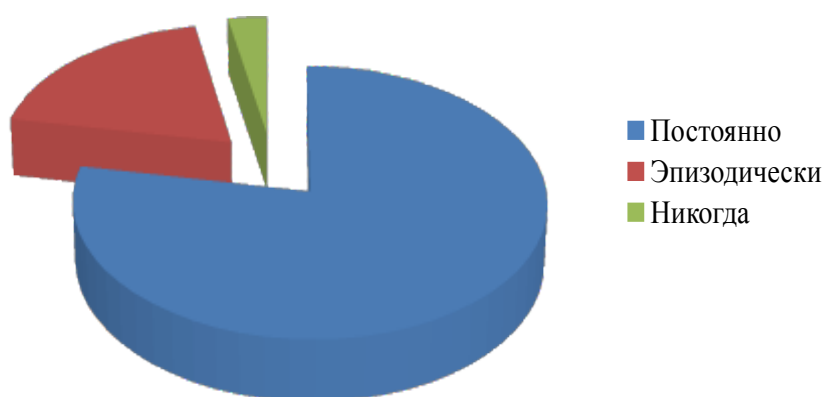


Рис. 1

2) Вторым вопросом *«Нравится ли Вам решать задачи повышенного уровня трудности?»* показал, что 34% выпускников нравится решать задачи повышенного уровня трудности, причем практически столько же (29%) респондентов считают, что это занятие им «не по душе», а 37% – затрудняются с ответом (рис. 2).

Рис. 2

3) Ответив на вопрос №3, можно выявить *причины нежелания или причины, по которым студенты не особенно склонны к решению задач повышенного уровня трудности*: 10 % будущих учителей считают, что преградой является отсутствие соответствующей литературы, 38% – отсутствие разработанной технологии работы над задачами, всего 6% утверждают, что это нестандартное представление информации в задачах; особое внимание хочется акцентировать на том, что задачи повышенного уровня трудности предлагаются на занятиях не регулярно и не систематически: об этом утверждают 46% опрошенных (рис. 3).

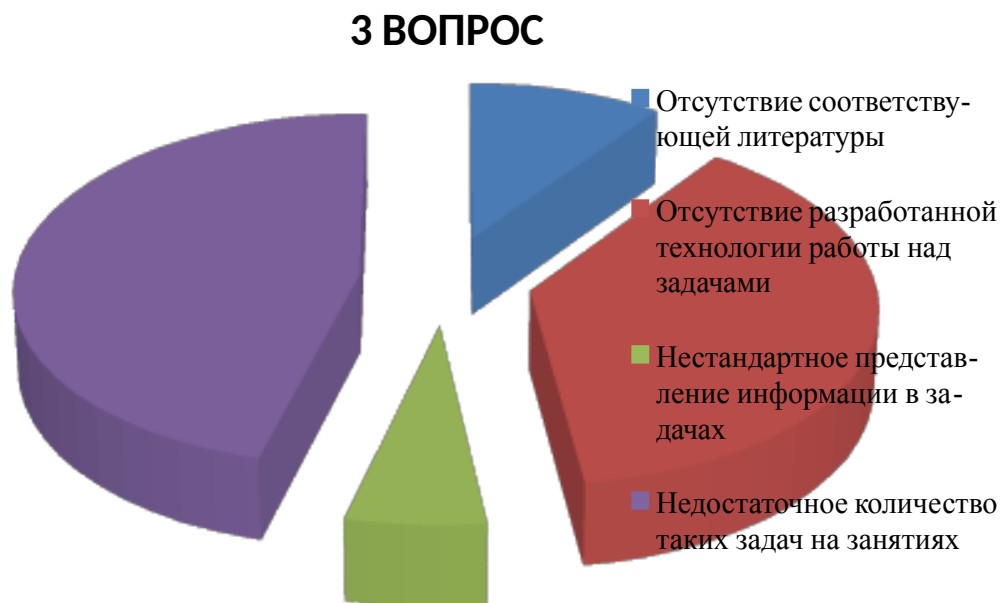
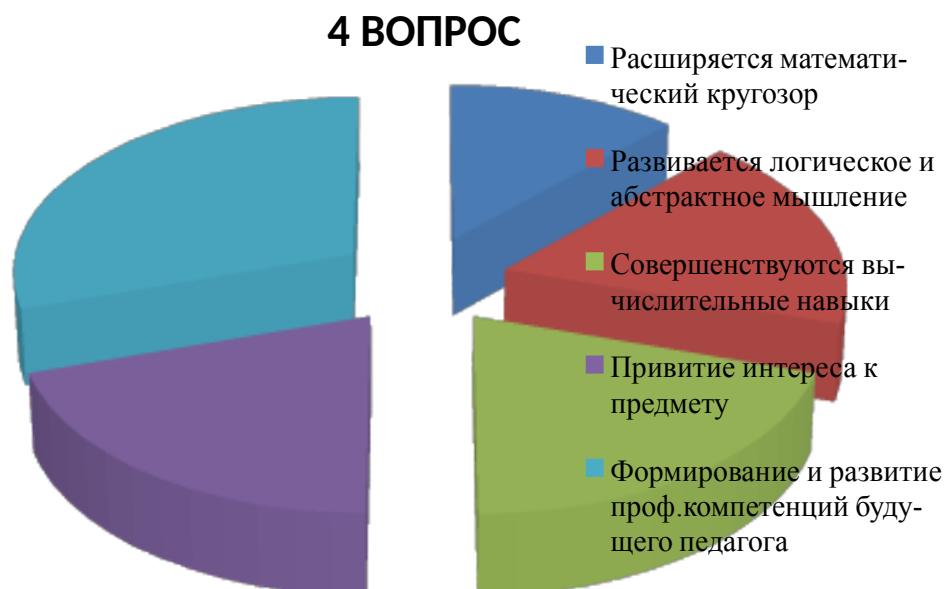


Рис. 3

4) Также было интересно узнать то, как оценивают студенты использование и решение подобного рода задач на занятиях с точки зрения их пользы: «*В чём, на Ваш взгляд, заключается польза использования и решения задач повышенного уровня трудности?*». Хочется отметить, что 30% респондентов (максимальный процент) считают, что использование таких задач способствует формированию и развитию профессиональных компетенций будущего педагога, что является важным для данного диссертационного исследования. 20% придерживаются мнения о том, что таким образом будут совершенствоваться вычислительные навыки и произойдет привитие интереса к предмету, остальные предполагают, что развитие логического и абстрактного мышления (18%) и расширение математического кругозора (12%) является результатом практики использования задач повышенного уровня трудности (рис. 4).

**Рис. 4**

5) На вопрос «Считаете ли Вы возможным использовать задачи повышенного уровня трудности в своей дальнейшей педагогической деятельности?» были получены следующие ответы: 55% опрошенных считают, что это возможно, 25% ответили, что не будут использовать такого рода задачи в будущем, а 20% затрудняются с ответом (рис. 5).

Рис. 5

6) Ответы на вопрос – «Какую форму организации занятия при использовании и решении задач повышенного уровня трудности Вы бы предпочли?» показали, что большинство респондентов, а именно 50%, склонны к тому, чтобы работа над такими задачами проходила в небольших группах, а коллективную и индивидуальную выбрали 30% и 20% соответственно (рис.6).

6 ВОПРОС



Рис. 6

Результаты анкетирования будущих выпускников показывают, что немало студентов, которым нравится решать задачи повышенного уровня трудности (34%). Они видят возможности их использования в своей дальнейшей педагогической деятельности (55%), предпочитая форму работы в малых группах для организации занятия (50%). Отметим и взгляды респондентов к занятиям, на которых осуществлялась бы работа по решению подобного рода задач, а именно их пользу – формирование и развитие профессиональных компетенций будущего педагога (30%), привитие интереса к предмету (20%) и расширение математического кругозора (12%). Но есть и весомые, на наш взгляд, преграды для будущих педагогов: недостаточное количество задач (их использования) на занятиях (46%), отсутствие разработанной технологии работы над такими задачами (38%).

Вторая часть опытно-экспериментальной работы – анкетирование учителей математики города Батайска и участие в методических семинарах по проблеме исследования

Базой опытно-экспериментальной работы стала МБОУ СОШ 2 города Батайска, расположенная по адресу 50 лет Октября, 71. Было проведено четыре методических семинара по следующим темам:

1. Входное тестирование по теме: «Решение задач повышенной трудности». Анкетирование учителей.
2. Проблемы, учащихся, возникающие при решении задач повышенной трудности.
3. Проблемы учащихся, возникающие при решении задач повышенной трудности и пути их решения.
4. Итоговое тестирование по теме: «Решение задач повышенной трудности». Обсуждение полученных результатов.

Охарактеризуем полученные в ходе исследования результаты.

Также, как и для студентов ВУЗа, для учителей города Батайска был подготовлен *опросный лист*, текст которого представлен в приложении №2 к

исследованию. Респондентами стали учителя математики МБОУ СОШ 2, МБОУ СОШ 6, МБОУ лицей 10. Среди участников опытно-экспериментальной работы было 10 человек высшей квалификационной категории (старше 40 лет), 4 человека первой квалификационной категории (от 23 до 31 года) и 3 человека без категории – молодые специалисты в возрасте до 24 лет.

В процессе опроса учителей были получены следующие результаты.

1) На первый вопрос *«Как часто Вы решали задачи повышенной трудности во время Вашего обучения в ВУЗе?»* 37% респондентов ответили, что такого рода задачи они решали эпизодически, всего лишь 10% сказали, что данные задачи постоянно присутствовали в процессе обучения, 23% опрошенных убеждены, что никогда во время своего обучения не встречались с задачами повышенной трудности, остальная часть опрошенных затруднилась ответить (рис. 7).

Рис. 7

2) Второй вопрос *«Как часто сейчас Вы решаете задачи повышенной трудности?»* показал, что 23% учителей решает задачи повышенного уровня трудности при подготовке учащихся к ЕГЭ, 26% – при подготовке учащихся к ОГЭ, немного меньше (17%) респондентов ответили, что используют такие задачи для подготовки учащихся к предметным олимпиадам, а остальные опрошенные вообще никогда их не решают (рис. 8).

2 ВОПРОС

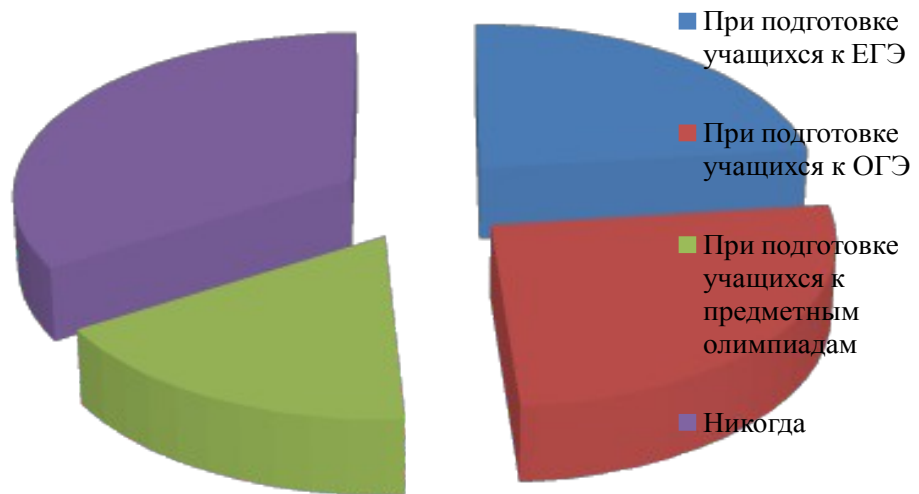


Рис. 8

3) Ответив на вопрос №3, можно выявить с какими проблемами встречаются учителя при работе с задачами повышенной трудности: 12% учителей считают, что преградой является отсутствие соответствующей литературы, 43% – отсутствие разработанной технологии работы над задачами, всего 4% утверждают, что это нестандартное представление информации в задачах; особое внимание хочется акцентировать на том, что на задачи повышенного уровня трудности остается катастрофически мало времени на уроках, в связи с чем работать над ними удастся не регулярно и не систематически: об этом утверждают 41% опрошенных (рис. 9).

3 ВОПРОС

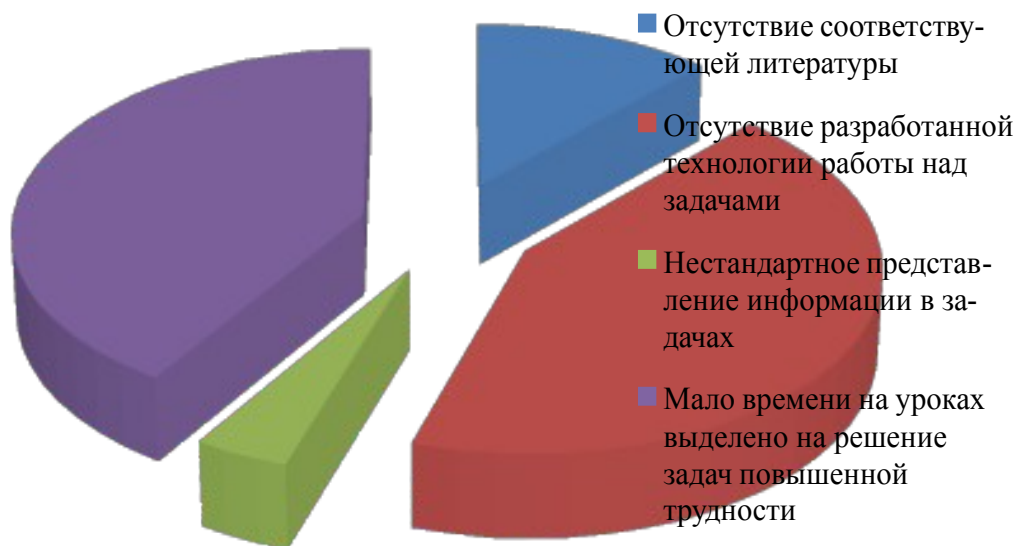


Рис. 9

4) Также было интересно узнать то, как оценивают учителя использование и решение подобного рода задач на занятиях с точки зрения их практической пользы: «Помогли ли Вам задачи повышенной трудности при под-

готовке учащихся к ГИА и предметным олимпиадам?». Хотелось отметить, что 17% респондентов считают, что использование таких задач очень помогло их ученикам, а 26% – что помогло (в сумме 43% – максимальный процент), что является важным для данного диссертационного исследования. 24% затрудняются с ответом, остальные считают, что такие задачи не очень помогли им при подготовке учащихся (18%) и не помогли вообще (15%) (рис. 10).

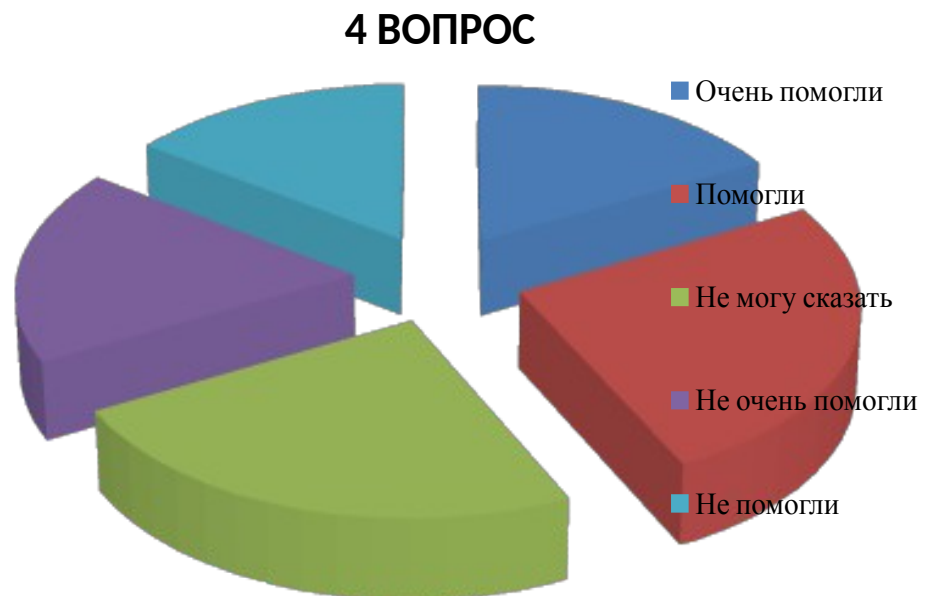


Рис. 10

5) На вопрос «Интересно ли Вам решать задачи повышенной трудности вместе с учащимися?» были получены следующие ответы: 33% опрошенных считают, что это очень интересно, 25% ответили, что интересно, часть респондентов ответили, что это не очень интересно (17%) и не интересно (12%), а 13% затрудняются с ответом (рис. 11).

Рис. 11

По результатам опроса учителей можно сделать вывод о том, что задачи повышенного уровня трудности являются неотъемлемой частью в процессе обучения математике, но всё же есть трудности, с которыми необходимо справляться и искать пути их преодоления: нехватка времени на уроке, отсутствие чёткой методики работы над такими задачами. В основном решение подобных задач осуществляется при подготовке к итоговой аттестации учащихся – ГИА, ЕГЭ, а некоторые готовят детей к участию в олимпиадах разного уровня (как раз именно задачи повышенной трудности, нестандартные задачи и составляют основу олимпиад).

В пункте 2.2 исследования были сделаны определённые выводы по поводу обучения и организации работы будущих учителей по обучению и практике использования нестандартных задач, задач повышенного уровня трудности в процессе обучения в ВУЗе. Что касается преподавателей, которые уже осуществляют свою профессиональную деятельность, то важным фактором развития способности учащихся решать данного рода задач, считаем, что необходимо вовлекать их дополнительными кружковыми, факультативными занятиями. Важно использовать различные формы работы (индивидуальные, групповые, коллективные, работа в малых группах, работа с использованием ИКТ-технологий) с учениками, проявляющими к изучению математики особый интерес. Необходимо поощрять и награждать «юных гениев», акцентировать внимание на их дальнейшем обучении и возможности успешного поступления в учебные заведения, карьерного роста в том числе.

Далее охарактеризуем результаты входного тестирования со ссылкой на критерии (а именно – *содержательно-процессуальный критерий*) и пороговый, стандартный и эталонный показатели сформированности математической компетентности (Таблица 3, пункт 2.3).

На первом методическом семинаре учителям была предложена анонимная тестовая работа³, состоящая из трёх заданий, которые отражали сформированность математической компетентности:

1. Задание №1 – пороговый (*низкий*) показатель сформированности математической компетентности.
2. Задание №2 – стандартный (*средний*) показатель сформированности математической компетентности.
3. Задание №3 – эталонный (*высокий*) показатель сформированности математической компетентности.

Критерии оценивания выполнения заданий

За каждую правильно решенную задачу начислялось определенное количество баллов. Если в решении задачи были недочеты или неточности, то баллы начислялись частично, если задача вовсе не была решена, то участник эксперимента получал 0 баллов.

Задание №1

Критерии	Баллы
----------	-------

³Текст входного тестирования представлен в приложении №3 к работе

Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или пункте б, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Задание №2

Критерии	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации, и получен верный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неправильное из-за геометрической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Задание №3

Критерии	Баллы
Обоснованно получены правильные ответы во всех пунктах	4
Обоснованно получены верные ответы в пункте б и в одном из пунктов а или в	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Обоснованно получен верный ответ в одном из пунктов а или в	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

За все правильно решенные задания можно получить 9 баллов.

- Оценка «отлично» – 8-9 баллов.
- Оценка «хорошо» – 6-7 баллов.
- Оценка «удовлетворительно» – 5-6 баллов.
- Оценка «неудовлетворительно» – ниже 5-ти баллов.

Таким образом, можно проверить сформированность математической компетенции всей группы в целом (нас не интересовали результаты отдельно взятого учителя, так как считаем не корректным проводить подобные исследования – есть учителя разных категорий, начинающие молодые специалисты – на наш взгляд, объективность будет недостоверной).

Данные количественного анализа удобно представлять в виде таблицы:

Таблица 4

Количественный анализ

<i>Группа</i>	<i>Кол-во участников эксперимента</i>	<i>Кол-во участников выполнили работу</i>	<i>Отметка</i>				<i>Правильно выполнили задания под номерами</i>		
			<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>№1</i>	<i>№2</i>	<i>№3</i>
<i>№1</i>	<i>n</i>	<i>m</i>	<i>p₁</i>	<i>p₂</i>	<i>p₃</i>	<i>p₄</i>			

Тогда получаем:

Таблица 5

<i>Группа</i>	<i>Кол-во участников эксперимента</i>	<i>Кол-во участников выполнили работу</i>	<i>Отметка</i>				<i>Правильно выполнили задания под номерами</i>		
			<i>5</i>	<i>4</i>	<i>3</i>	<i>2</i>	<i>№1</i>	<i>№2</i>	<i>№3</i>
<i>№1</i>	17	17	7	7	3	0	17	14	12

В результате с первым заданием справились 100 %, со вторым – 82 %, с третьим – 71 % (рис. 12).

Рис. 12

Вычислим *диагностические характеристики*⁴.
Качество усвоенных знаний (КУЗ) в процентах:

⁴ Диагностические характеристики рекомендуют вычислять после проверки каждой письменной контрольной работы, так как это позволяет учителю (или организатору эксперимента) видеть динамику класса (группы), сравнивать и анализировать полученные результаты.

$$\% КУЗ = \frac{p \cdot \varphi}{m} \cdot 100\%, \text{ тогда получим}$$

$$\% КУЗ = \frac{7+7}{17} \cdot 100 = 82,4$$

Успеваемость группы (УГ) в процентах:

$$\% УГ = \frac{p \cdot \varphi}{m} \cdot 100\%, \text{ имеем}$$

$$\% УГ = \frac{7+7+3}{17} \cdot 100 = 100$$

Степень обученности группы (СОГ):

$$СОГ = \frac{p \cdot \varphi}{m} \cdot 100\%, \text{ тогда получим}$$

$$СОГ = \frac{7 \cdot 100 + 7 \cdot 64 + 3 \cdot 36 + 0 \cdot 16}{17} = 73,9$$

Так как СОГ больше 50, значит СОГ – норма.

На последующих двух методических семинарах, планы-конспекты которых представлены в приложениях №6 и №7, рассматривались типичные ошибки, которые могут быть допущены в процессе решения подобных задач, заслушаны доклады опытных учителей по данной проблематике, решены типичные математические задачи, охарактеризованы основные методы их решения, заслушаны выступления лучших учеников школы с подробными решениями заданий по каждому показателю сформированности математической компетентности (пороговый, стандартный, эталонный).

На последнем методическом семинаре учителям была предложена итоговая тестовая работа⁵, система оценивания и критерии остались прежними (как и для входной тестовой работы).

Охарактеризуем полученные результаты.

Таблица 6

Группа	Кол-во участников эксперимента	Кол-во участников выполнили работу	Отметка				Правильно выполнили задания под номерами		
			5	4	3	2	№1	№2	№3
№1	17	17	9	7	1	0	17	15	13

В результате с первым заданием справились 100 %, со вторым – 88 %, с третьим – 76 % (рис. 13).

⁵Текст итогового тестирования представлен в приложении №4 к работе

Рис. 13

Нетрудно заметить (рис.14), что как во входном тестировании, так и в итоговом, с первым заданием (*пороговый показатель сформированности математической компетентности*) справились все участники опытно-экспериментальной работы; со вторым заданием (*стандартный показатель сформированности математической компетентности*) справились на 6% больше учителей, а с третьим (*эталонный показатель сформированности математической компетентности*) – на 5% больше участников.

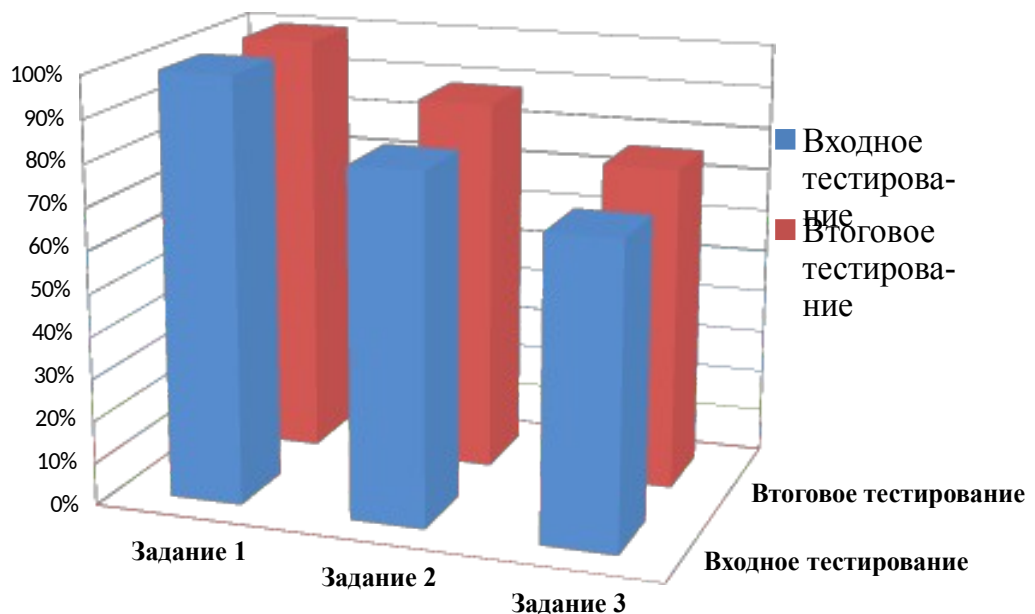


Рис. 14

Вычислим *диагностические характеристики*.

Качество усвоенных знаний (КУЗ) в процентах:

$$\% \text{ КУЗ} = \frac{P_{\text{ф}}}{m} \cdot 100\%, \text{ тогда получим}$$

$$\% \text{ КУЗ} = \frac{9+7}{17} \cdot 100 = 94$$

Успеваемость группы (УГ) в процентах:

$$\% \text{ УГ} = \frac{9+7}{17} \cdot 100\%, \text{ имеем}$$

$$\% \text{ УГ} = \frac{9+7+1}{17} \cdot 100 = 100$$

Степень обученности группы (СОГ):

$$\text{СОГ} = \frac{9 \cdot 100 + 7 \cdot 64 + 1 \cdot 36 + 0 \cdot 16}{17}, \text{ тогда получим}$$

$$\text{СОГ} = \frac{9 \cdot 100 + 7 \cdot 64 + 1 \cdot 36 + 0 \cdot 16}{17} = 81,4$$

Так как СОГ больше 50, значит СОГ – норма.

Ниже представлены диаграммы (рис.15 и рис. 16), отражающие динамику диагностических характеристик после выполнения входного и итогового тестирования.

Проанализируем и сравним их.

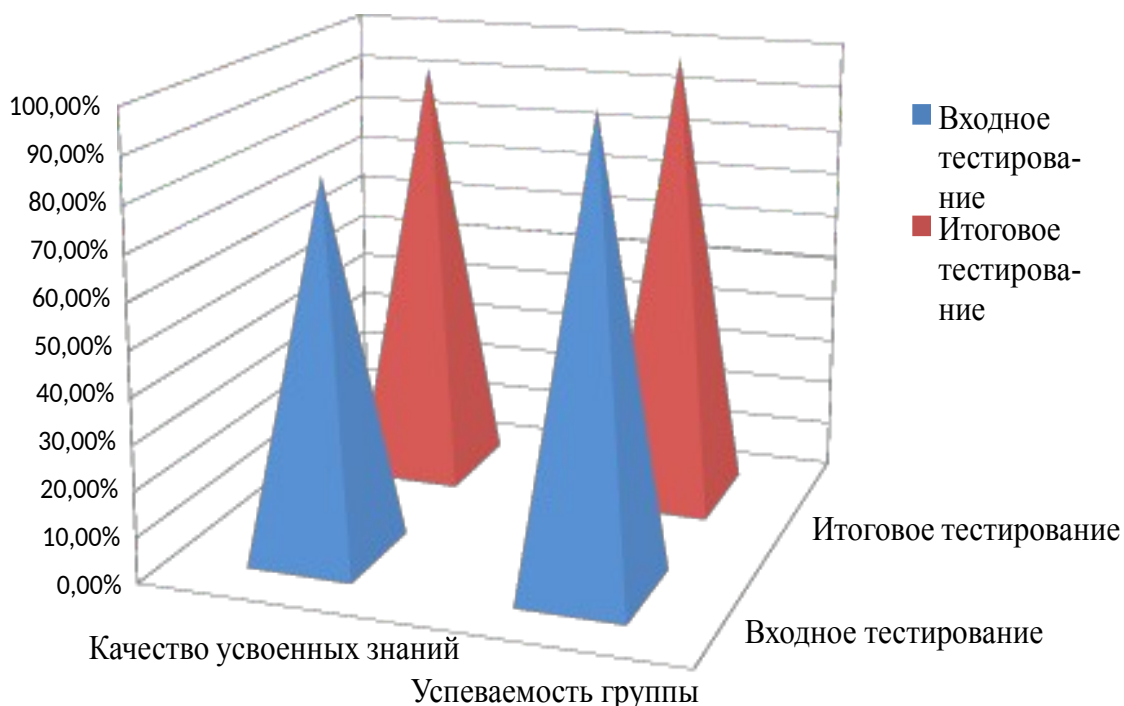


Рис. 15

Можно увидеть (рис. 15), что незначительно, но все-таки повысилось качество усвоенных знаний – с 82,4% до 94%; успеваемость группы осталась прежней – 100%.

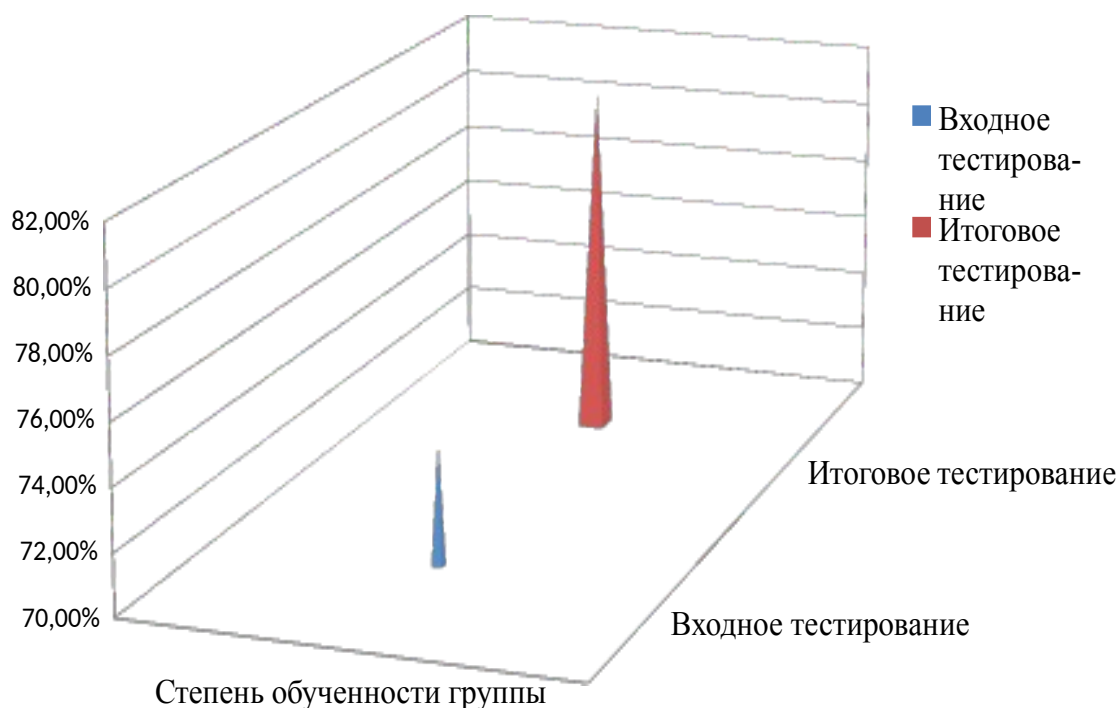


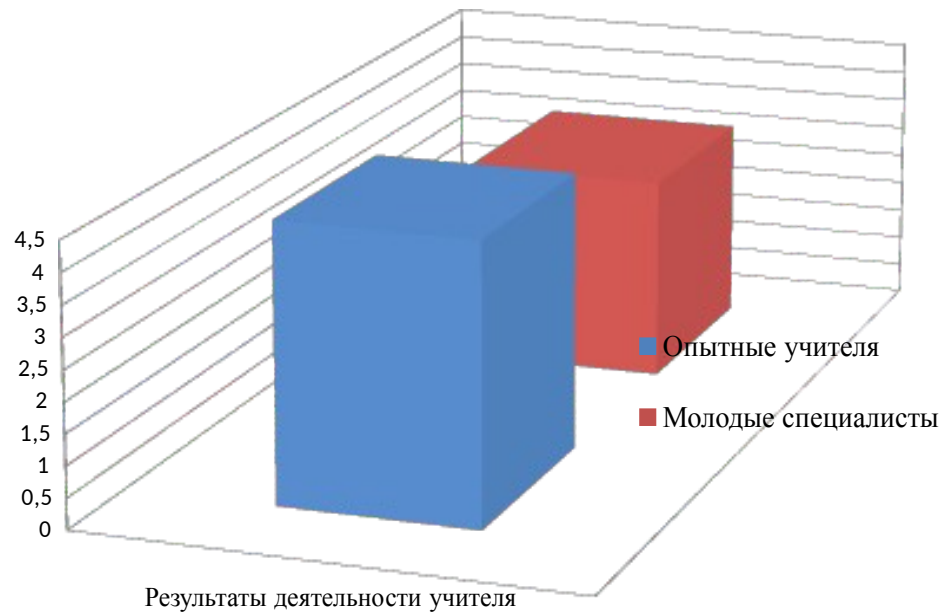
Рис. 16

Степень обученности группы также возрасла на 7,5% и составила 81,4% (рис.16).

Из построенных диаграмм (рис. 12, 13, 14, 15,16) видно, что после проведения двух методических семинаров, темы которых были рассмотрены в данном пункте, на немного, но улучшилось не только качество знаний, но и повысились показатели сформированности математической компетентности учителей математики. Участники опытно-экспериментальной работы активно обсуждали, анализировали предложенные задачи, предлагали различные пути решения поставленной проблемы, советовались и делали необходимые выводы и комментарии по использованию и решению задач повышенного уровня трудности.

Также участникам опытно-экспериментальной работы была предложена анкета самооценки и оценки профессиональной деятельности личности педагога (см. Приложение №5). Участники должны были оценить по пятибалльной шкале (1 – низкий уровень, 5 – самый высокий уровень) своё владение компетенциями. Охарактеризуем полученные данные.

1) Учителя города Батайска оценили свою профессиональную деятельность по компоненту «Результаты деятельности учителя» в среднем на 3,9 (опытные учителя – 4,5 балла, начинающие – 3,3 балла) (рис. 17). Хочется отметить, что опытные учителя считают, что уровень прочности и глубины знаний по предмету у их учащихся выше, чем у учащихся начинающих учителей, что вполне объективно (опыт, стаж, практика, курсы повышения квалификации). Но, в то же время, молодые специалисты уверены, что наличие у учащихся творческих способностей выше, чем у учащихся опытных учителей. Возможно, это обусловлено новыми педагогическими технологиями, в том числе ИКТ – технологиями, «свежими идеями», мобильностью.

**Рис. 17**

2) В ходе оценки учителями уровня своих знаний был получен следующий результат: средний балл по данному компоненту составил 4,1 (опытные учителя – 4,3 балла, начинающие – 3,9 балла) (рис. 18). Причем опытные учителя наиболее высоко оценили следующие критерии: знание преподаваемого предмета, знание методики преподавания предмета и общую эрудицию, в отличие от начинающих, которые выделили знание индивидуально-психологических особенностей учащихся и знание методики внеклассной работы. Такое распределение оценок вполне оправдано, и обусловлено такими факторами как опыт педагогической деятельности у опытных учителей, а у начинающих – осведомленность о всевозможных инновациях и готовность к их внедрению в свою педагогическую деятельность.

Рис. 18

3) Также учителям было предложено оценить свои гностические умения. Оказалось, что способность к постоянному, систематическому

самообразованию они оценивают в среднем на 3,65 балла (опытные учителя – 4,15 балла, начинающие – 3,15 балла) (рис. 19). Наиболее опытные учителя оценили свое умение систематически пополнять свои знания путем самообразования, что, безусловно, связано с их ежегодной работой в выпускных классах. Молодые же учителя, в свою очередь высшие баллы отдали своему умению изучать достоинства и недостатки собственной личности и деятельности и перестраивать свою деятельность в соответствии с целями и условиями ее протекания.

Рис. 19

4) Свои умения проектирования учителя оценили на 4,25 балла (опытные учителя – 4,6 балла, начинающие – 3,9 балла) (рис. 20). Причем опытные педагоги все критерии данного компонента оценили на высокие баллы, что объясняется их опытом в данной сфере деятельности. А начинающие учителя наиболее сформированными умениями посчитали планирование внеклассной работы в единстве с целями и задачами учебной работы по предмету и планирование обучения с учетом психологических закономерностей овладения предметом, предупреждение возможных затруднений учащихся.

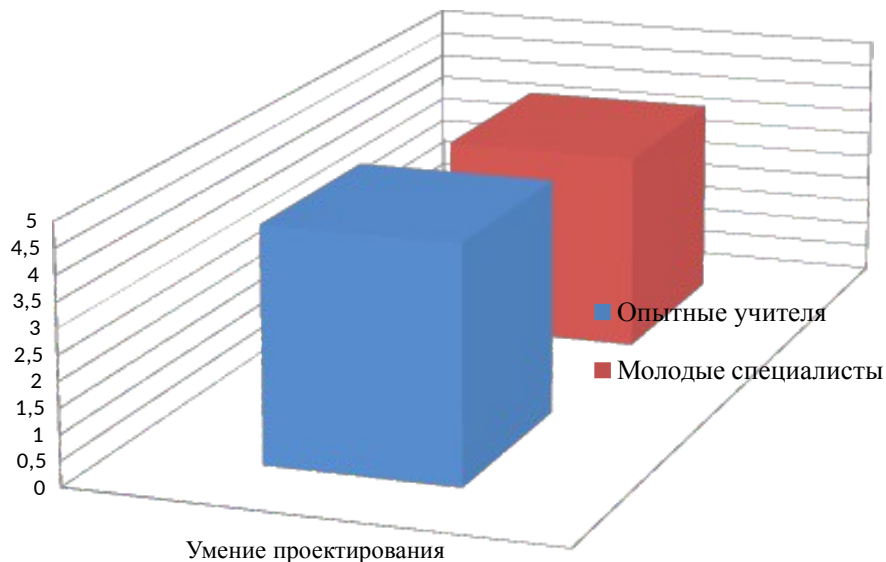
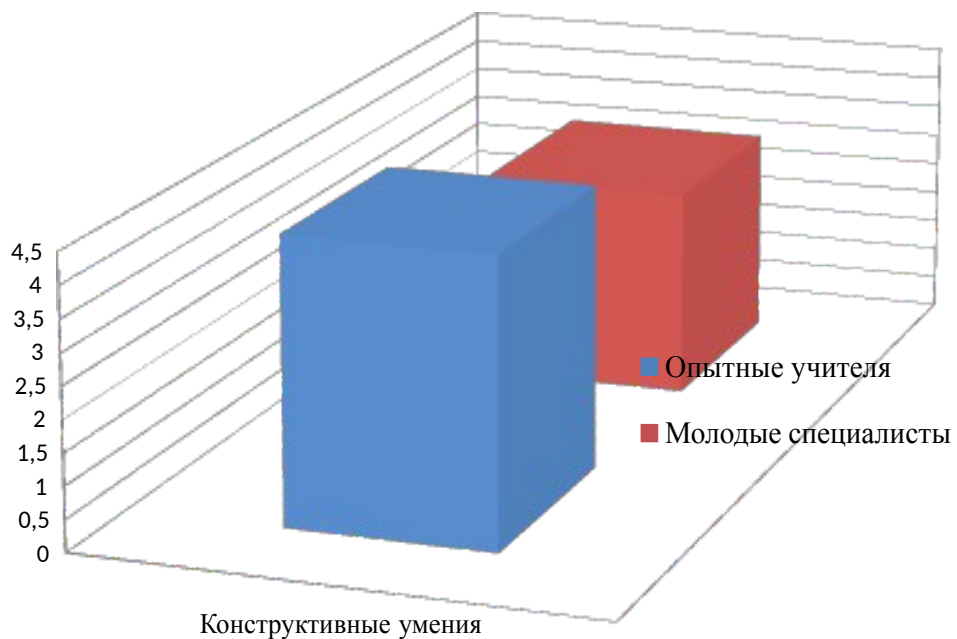
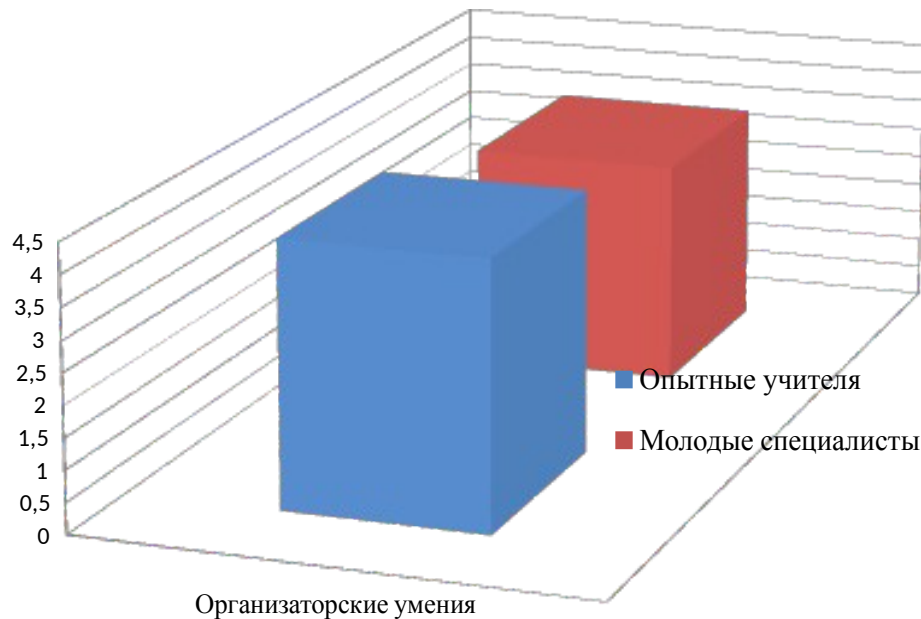


Рис. 20

5) Кроме того, учителям предлагалось оценить уровень сформированности конструктивных умений. Данный компонент в среднем учителя оценили на 3,85 балла (опытные учителя – 4,45 балла, начинающие – 3,25 балла) (рис. 21). При этом стоит заметить, что опытные учителя оценили свои умения гораздо выше по всем критериям, чем начинающие. Наиболее высокие же баллы молодые специалисты отдали следующим критериям: расположение материала от легкого и простого к более трудному и сложному, а также умение оптимально выбирать групповые и индивидуальные формы работы.

**Рис. 21**

6) Следующим компонентом, сформированность которого учителя у себя оценивали, был «Организаторские умения». Средний балл по данному компоненту составил 3,92 (опытные учителя – 4,25 балла, начинающие – 3,59 балла) (рис. 22). Наиболее высокие баллы опытные учителя отдали таким критериям, как «Организация своей деятельности и деятельности учащихся для реализации намеченного плана урока», «Использование различных приемов включения учащихся в учебную, трудовую, общественную деятельность, обучение их самоорганизации». Молодые специалисты отметили критерий «Организация факультативных занятий и кружков по предмету с учетом интересов учащихся».

**Рис. 22**

7) Свои коммуникативные умения учителя оценили в среднем на 4,2 балла (опытные учителя – 4,55 балла, начинающие – 3,85 балла) (рис. 23). Распределение высших баллов разделилось. Начинающие педагоги посчитали наиболее сформированными следующие умения: умение найти в ученике наиболее сильные стороны его личности и внушить ему уверенность в своих силах, а также предотвращение и разрешение конфликтов (подход к событиям с точки зрения ученика, измерение его позиции путем раскрытия перед ним подлинных ценностей, преодоление чувства личной неприязни). Опытные же наивысшие оценки отдали таким критериям, как умение устанавливать педагогически целесообразные контакты: учитель-класс, учитель-ученик, ученик-класс, ученик-ученик, а также требовательность и справедливость во взаимоотношениях с учащимися.

Рис. 23

На диаграмме (рис. 24) представлено сравнение полученных результатов опытных учителей и молодых специалистов по каждому из уровней сформированности профессиональной компетенции. Логично, что результаты первых выше, нежели начинающих свою деятельность преподавателей: это обусловлено, в первую очередь, опытом, педагогическим стажем, систематическим прохождением курсов повышения квалификации и т.д. Несмотря на это, молодые специалисты достаточно высоко оценивают свои проективные и гностические умения. Важно, чтобы начинающие педагоги занимались самообразованием, развитием своих творческих возможностей, а это, в свою очередь, позволит достичь им успехов в профессиональной деятельности: учащиеся будут заинтересованы предметом, будут проявлять желание участвовать в исследовательской деятельности, олимпиадных движениях, неотъемлемой частью которых являются задачи повышенного уровня трудности. Поэтому, считаем, что необходимо не только в ВУЗах, колледжах вводить специальные дисциплины по организации использования и решения таких задач, но и в средней школе организовывать математические исследовательские кружки, выделять часы на факультативные занятия, проводить элективные курсы.

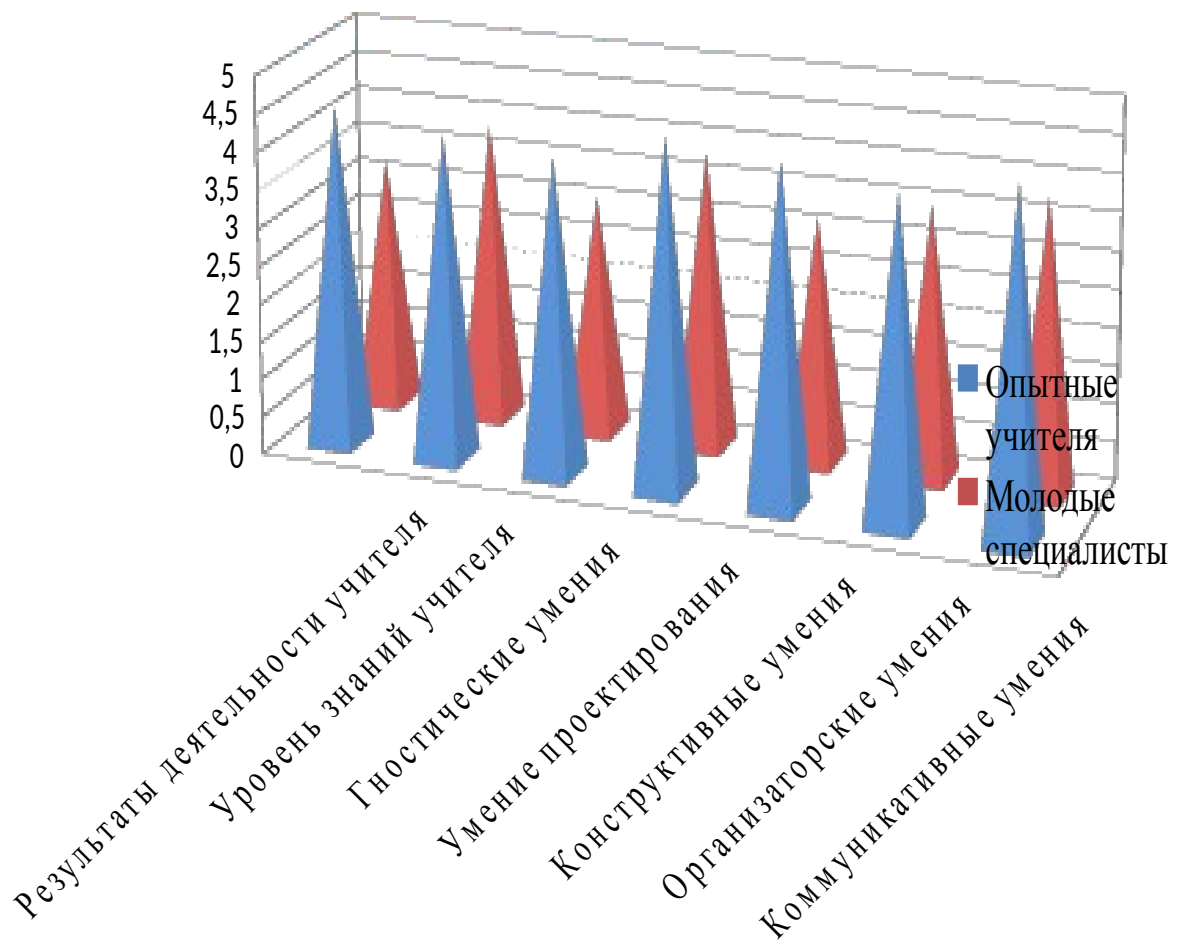


Рис. 24

Можно утверждать, что педагогическими условиями формирования и развития *математической компетентности* будущего учителя математики выступает:

- 1) обеспечение преемственности и непрерывного сквозного развития методической компетентности будущего педагога в течение всего периода профессиональной подготовки;
- 2) наличие программ дидактических процедур и коммуникативной деятельности студентов;
- 3) обеспечение процессов освоения использования и решения задач повышенного уровня трудности в содержании математических дисциплин.

Выводы по второму разделу

Подготовка преподавателя математики – прежде всего, это образовательный аспект. Надо отметить, что подготовка преподавателя в сфере профессиональной педагогической деятельности не менее важна, чем подготовка по математической дисциплине в целом.

В качестве основного фактора развития методической подготовки преподавателя математики является подготовка к решению нестандартных задач, задач повышенного уровня трудности. Особенность задач повышенной трудности состоит и в том, что они в большей степени, чем стандартные задачи, способствуют развитию мыслительных операций, свойств мышления. Примечательно, что любой вид задач повышенной трудности развивает вариативность, гибкость, абстракцию мышления, операции анализа и синтеза.

Организация специальных курсов, дополнительных факультативов для работы над олимпиадными задачами, задачами повышенного уровня трудности, методических семинаров и круглых столов – возможность повысить уровень сформированности методической и математической компетенций будущих учителей и учителей, которые уже осуществляют свою профессиональную деятельность.

Таким образом, решены третья и четвёртая задачи исследования:

- 3) рассмотреть и систематизировать методические рекомендации по формированию профессиональной компетентности учителя математики в области решения задач повышенной трудности.
- 4) провести опытно-экспериментальную работу по выявлению уровня сформированности определенных профессиональных компетенций учителей; осуществить анализ полученных данных.

Заключение

Подводя итоги данному исследованию, можно выделить следующие направления повышения показателей сформированности профессиональных компетенций будущего (в том числе и действующего) учителя:

- 1) *Углубление научных знаний.*
- 2) *Повышение психолого-педагогического уровня.*
- 3) *Повышение научно-методического уровня.*
- 4) *Формирование профессионально значимых умений и навыков.*
- 5) *Освоение культуры педагогического общения.*
- 6) *Развитие способностей работать в коллективе.*
- 7) *Освоение корпоративных норм поведения.*
- 8) *Деятельность педагога*
- 9) *Овладение научным стилем речи.*
- 10) *Освоение методики научно-исследовательской деятельности.*

Покажем, как были решены задачи исследования, сформулированные во введении.

Первая задача – «Проанализировать научно-педагогическую, методическую литературу по данной теме» решается в первом разделе работы. Здесь рассмотрены взгляды таких педагогических деятелей, как И.А. Зимняя, А.И.Турчинов, А.В.Хуторской, С.Е. Шишов и других. Многие исследователи считают, что внедрение компетентностного подхода в российское образование обусловлено требованиями времени.

Таким образом, *решена первая задача* исследования.

Вторая задача – «Изучить, проанализировать и систематизировать проблемы реализации компетентностного подхода подготовки педагогов; выделить основные профессиональные компетенции педагога» также была решена в первом разделе исследования. Были изучены и проанализированы различные мнения представителей педагогики, таких как А.В. Хуторской, С.Е. Шишов, В.А. Кальней, В.Г. Суходольский, по определению сущности понятия «профессиональная компетентность»; обобщены и систематизированы структурные элементы данного понятия.

Таким образом, *решена вторая задача* исследования.

Третья задача работы – «Рассмотреть и систематизировать методические рекомендации по формированию профессиональной компетентности учителя математики в области решения задач повышенной трудности» решается во втором разделе исследования. Здесь обобщены научно-методические основы подготовки учителей математики к решению задач, представлены основные виды задач, отдельно уделено внимание методике организации подготовки учителей, обучению учащихся решению и использованию задач повышенного уровня трудности, нестандартных задач.

Таким образом, *решена третья задача* исследования.

Четвёртая задача работы – «Провести опытно-экспериментальную работу по выявлению уровня сформированности определенных профессиональных компетенций учителей; осуществить анализ полученных

данных» решается во втором разделе и приложениях к исследованию, где рассмотрено то, как можно оценить компетентность учителей в области решения задач повышенной трудности. Обобщены и конкретизированы критерии (мотивационно-ценностный, содержательно-процессуальный и рефлексивный) сформированности математической компетентности с помощью показателей для каждого уровня (пороговый, стандартный и эталонный) и представлены в виде таблицы.

Базой для опытно-экспериментальной работы стала МБОУ СОШ №2 города Батайска. Проведя анкетирование будущих выпускников Южного Федерального Университета института математики, механики и компьютерных наук (Педагогическое образование, профиль математика) и учителей города Батайска, входное и итоговое тестирование, методические семинары по проблеме исследования, проанализировав полученные данные, можно утверждать:

- 1) необходимо усилить методическую подготовку будущих учителей (выпускников ВУЗов, колледжей) и уже осуществляющих свою профессиональную деятельность в области решения задач повышенной трудности;
- 2) организовывать специальные курсы по обучению основным типам таких задач и методам их решения;
- 3) на занятиях в высших образовательных учреждениях, колледжах и школах использовать нестандартные задачи, не бояться затянуть время для их решения, организовывать кружки для учащихся проявляющих особый интерес к математике;
- 4) особое внимание уделять исследованиям таких задач, организации методических семинаров, круглых столов, публичным выступлениям и научным конференциям по проблеме данного исследования.

Данные выводы сделаны с опорой на результаты, представленные в данном пункте работы.

Таким образом, все *задачи*, сформулированные во введении, *решены*, *гипотеза* – подтверждена, следовательно, цель исследования – достигнута.

Библиографический список

1. Адольф В. А. Теоретические основы формирования профессиональной компетентности учителя: Дис. ... д-ра пед. наук. М., 1998. 357 с.
2. Азаров Д.П. Мастерство воспитателя. – М., 1971. – С. 164.
3. Ангеловски К. Учителя и инновации. Книга для учителя [Текст] / К. Ангеловски. – М.: Просвещение, 1991, – 159с. – с.63
4. Беянина Е. Ю. Технологический подход к развитию математической компетентности студентов экономических специальностей: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. Омск, 2007, – 22 с.
5. Вахрушева Н.В. Финансовые вычисления. Учебное пособие для старших классов, профильное обучение / Н.В. Вахрушева – Краснодар, 2008, – 132 с.
6. Виландеберк А. А., Шубина Н. Л. Новые технологии оценки результатов обучения: Методическое пособие для преподавателей. СПб.: Изд-во HUGE, 2008. 168 с.
7. Гершунский Б. С. Философия образования для XXI века: Учебное пособие для самообразования. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Педагогическое общество России, 2002. 512 с.
8. Гусев В.А. Методические основы дифференцированного обучения математике в средней школе: Дис. ...докт. пед. наук. – М.: 1990. – 364 с.
9. Зимняя И.А. Педагогическая психология / И.А. Зимняя – М., 2002.
10. Иванов Д.А. Компетентностный подход в образовании. Проблемы, понятия, инструментарий / Д.А. Иванов, К.Г. Митрофанов, О.В. Соколова – М.: АПК и ПРО, 2003. – 101 с.
11. Казачек Н.А.. Математическая компетентность будущего учителя математики. // Известия Российского Государственного Университета им. А.И. Герцена. – 2010. – №121. – С. 106-110.
12. Картежников Д. А. Визуальная учебная среда как условие развития математической компетентности студентов экономических специальностей: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. Омск, 2007. – 23 с.
13. Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7–9 классов: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 239 с.
14. Кухарев И.В. На пути к профессиональному совершенству: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 159. – (Мастерство учителя; идеи, советы, предложения). – 159 с.
15. Маркова А. К. Психология труда учителя. М.: Просвещение, 1993. С. 24.
16. Модернизация педагогического образования в инновационном пространстве федерального университета: монография / коллектив авторов; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2013. – 358 с.
17. Морева Н.А. Технологии профессионального образования: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Н.А.Морева. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский дом «Академия», 2008. – 432 с.

18. Норматов А.А. Профессионально-педагогическая подготовка студентов-математиков при проведении практикума по геометрии: Автореф. дис. ...канд.пед.наук. – Т., 1993. – 22 с.
19. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка: 80000 слов и фразеологических выражений / С.И.Ожегов, Н.Ю.Шведова. – Российская АН.; Российский фонд культуры; – 3-е изд., стереотипное испр. и доп. – М.: АЗЪ, 1995. – 928 с. – с.282
20. Осипова Л. А. Внеаудиторная самостоятельная работа студентов — будущих учителей математики в процессе обучения теории чисел в педвузе как условие формирования их предметной компетентности: Дис. ... канд. пед. наук. Новокузнецк, 2006. 195 с.
21. Профессиональный стандарт педагога – 2013. – 47 с.
22. Равен Д.Ж. Компетентность в современном обществе / Д.Ж. Равен – М.: Когито-центр, 2002.
23. Рахманов И. Я. Методическая подготовка преподавателя математики в Республике Узбекистан // Молодой ученый. – 2011. – №6. Т.2. – С. 158-160.
24. Романова Е.С. 99 популярных профессий. Психологический анализ и профессиографы / Е.С.Романова. – 2-е изд. СПб.: Питер, 2004. – 464 с.: ил.
25. Севастьянова С. А. Формирование профессиональных математических компетенций у студентов экономических вузов: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. Самара, 2006. – 22 с.
26. Степанова В.Е. В пространстве Мышления и Деятельности (Саморазвитие педагогического коллектива) / В.Е.Степанова. – Якутск: Изд-во ИП-КРО, 2007. – 164 с.
27. Суходольский В.Г Математика для гуманитариев: Пособие для студентов гуманитарных специальностей. – Л.: 1997. – 256 с.
28. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений. – М.: Флинта, 1998. – 224 с.
29. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. – М.: Просвещение, 1989. – с. 48.
30. Ходырева Н.Г. Методическая система становления готовности будущих учителей к формированию математической компетентности школьников: Дис. канд. Пед. наук. Волгоград, 2004. 179 с.
31. Хуторской А.В. Общепредметное содержание образовательных стандартов / А.В.Хуторской. – М., 2002. – с. 86.
32. Шишов С.Е. Компетентностный подход к образованию: прихоть или необходимость? / С.Е. Шишов, И.Г. Агапов // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2002. – март-апрель – с. 58-62.
33. Шишов С.Е. Мониторинг качества образования в школе / С.Е. Шишов, В.А. Кальней. – М.: Педагогическое общество России, 1999. – 354 с., прил.– с.254.

34. Эльконин Д.Б. Понятие компетентности с позицией развивающего обучения / Д.Б. Эльконин – Красноярск, 2002.
35. <http://andrushinsk.depon72.ru/?p=1310>

Приложение №1

Опросный лист для будущих педагогов

Уважаемый коллега! Просим Вас принять участие в исследовании, в котором изучается отношение будущих педагогов к использованию задач повышенного уровня трудности в своей профессиональной деятельности. Научная ценность исследования будет зависеть от того, насколько откровенно и самостоятельно Вы ответите на предложенные вопросы. Поэтому просим Вас отнестись к заполнению опросного листа серьезно и доброжелательно.

- 1) Как часто Вы решаете на занятиях задачи повышенного уровня трудности?
 - ☐ эпизодически;
 - ☐ постоянно (какие дисциплины, перечислить_____);
 - ☐ никогда не решаем.
- 2) Нравится ли Вам решать задачи повышенного уровня трудности?
 - ☐ да;
 - ☐ нет;
 - ☐ затрудняюсь ответить.
- 3) Укажите возможные, на Ваш взгляд, причины нежелания или причины затруднения, по которым студенты не особенно склонны к решению задач повышенного уровня трудности:
 - ☐ отсутствие соответствующей литературы;
 - ☐ отсутствие разработанной технологии работы над задачами;
 - ☐ нестандартное представление информации в задачах (в виде таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем);
 - ☐ недостаточное количество таких задач на занятиях (задачи предлагаются на занятиях не регулярно и не систематически).
- 4) В чём, на Ваш взгляд, заключается польза использования и решения задач повышенного уровня трудности?
 - ☐ расширяется математический кругозор;
 - ☐ развиваются логическое и абстрактное мышление;
 - ☐ совершенствуются вычислительные навыки;
 - ☐ привитие интереса к предмету;
 - ☐ формирование и развитие профессиональных компетенций будущего педагога.
- 5) Считаете ли Вы возможным использовать задачи повышенного уровня трудности в своей дальнейшей педагогической деятельности?
 - ☐ да;
 - ☐ нет;
 - ☐ затрудняюсь ответить.
- 6) Какую форму организации занятия при изучении алгебраических структур Вы бы предпочли?

- коллективную;
- индивидуальную;
- в малых группах.

Благодарим за участие! Ваше мнение очень важно для нас!

Приложение №2

Опросный лист для учителей математики

Дорогой коллега! Просим Вас принять участие в исследовании, в котором изучается отношение учителей математики к использованию задач повышенной трудности на уроках математики. Научная ценность исследования будет зависеть от того, насколько откровенно и самостоятельно Вы ответите на вопросы. Поэтому просим Вас отнестись к заполнению опросного листа серьезно и доброжелательно.

1. Как часто Вы решали задачи повышенной трудности во время Вашего обучения в ВУЗе?

- ☐ постоянно;
- ☐ эпизодически, нерегулярно;
- ☐ никогда не решали.

2. Как часто сейчас Вы решаете задачи повышенной трудности?

- ☐ постоянно;
- ☐ при подготовке учащихся к ЕГЭ в 11 классе;
- ☐ при подготовке учащихся к ОГЭ в 9 классе;
- ☐ при подготовке учащихся к предметным олимпиадам;
- ☐ никогда не решаю.

3. С какими проблемами Вы встречаетесь при работе с задачами повышенной трудности?

- ☐ отсутствие соответствующей литературы;
- ☐ отсутствие разработанной технологии работы над задачами;
- ☐ нестандартное представление информации в задачах;
- ☐ другое.....

4. Помогли ли Вам задачи повышенной трудности при подготовке учащихся к ГИА и предметным олимпиадам?

- ☐ очень помогли;
- ☐ помогли;
- ☐ не могу сказать;
- ☐ не очень помогли;
- ☐ не помогли.

5. Интересно ли Вам решать задачи повышенной трудности вместе с учащимися?

- ☐ очень интересно;
- ☐ интересно;
- ☐ затрудняюсь ответить;
- ☐ не очень интересно;
- ☐ не интересно.

Благодарим за оказанную помощь!

Приложение №3

Текст входного тестирования учителей

Задание №1.

$$\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

а) Решите уравнение

б) Найдите все корни этого уравнения,

принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

Решение:

а) Преобразуем обе части уравнения:

$$1 - 2\sin^2 x = 1 - \sin x; \quad 2\sin^2 x - \sin x = 0;$$

$$\sin x(2\sin x - 1) = 0,$$

откуда $\sin x = 0$ и $\sin x = \frac{1}{2}$.

Из уравнения $\sin x = 0$ находим: $x = \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

Из уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ находим: $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности (см. рис. 1) отберем корни урав-

нения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.

Получаем числа: -2π ; $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{7\pi}{6}$.

Ответ: а) πn , где $n \in \mathbb{Z}$; $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

б) -2π ; $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{7\pi}{6}$.

Задание №2.

Две окружности касаются внешним образом в точке К. Прямая АВ касается первой окружности в точке А, в второй – в точке В. Прямая ВК пересекает первую окружность в точке D, прямая АК пересекает вторую окружность в точке С.

а) Докажите, что прямые AD и ВС параллельны.

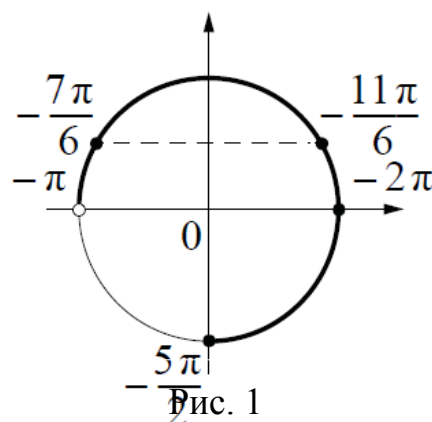
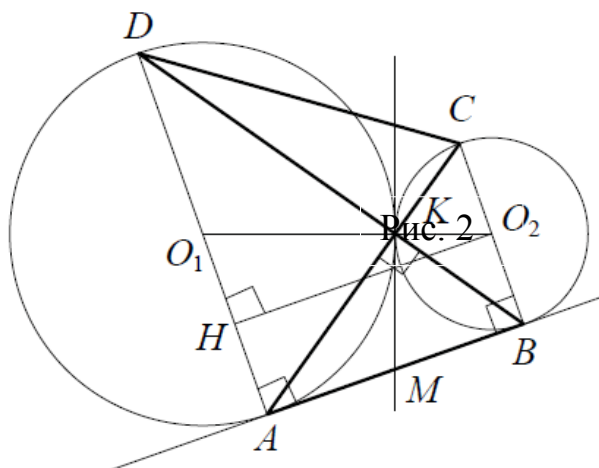


Рис. 1

б) Найдите площадь треугольника АКВ, если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

Решение:

а) Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведенная к окружностям в точке К, пересекает АВ в точке М. По свойству касательных, проведенных из одной точки, $AM=KM$ и $KM=BM$. Треугольник АКВ, у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный (см. рис. 2).



Вписанный угол АКД прямой, поэтому он опирается на диаметр AD. Значит, $AD \perp AB$. Аналогично, получаем, что $BC \perp AB$. Следовательно, прямые AD и BC параллельны.

б) Пусть, для определенности, первая окружность имеет радиус 4, а вторая – радиус 1.

Треугольники ВКС и АКД подобны, $\frac{AD}{DC} = 4$. Пусть $S_{BKC} = S$, тогда $S_{AKD} = 16S$.

У треугольников АКД и АКВ общая высота, следовательно, $\frac{S_{AKD}}{S_{AKB}} = \frac{DK}{KB} = \frac{AD}{BC}$, то есть $S_{AKB} = 4S$. Аналогично, $S_{CKD} = 4S$. Площадь трапеции ABCD. Проведем к AD перпендикуляр O_2H , равный высоте трапеции, и найдем его из прямоугольного треугольника O_2HO_1 :

$$O_2H = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1H^2} = 4$$

$$\text{Тогда } S_{ABCD} = \frac{AD+BC}{2} \cdot AB = 20$$

Следовательно, $25S = 20$, откуда $S = 0,8$ и $S_{AKB} = 4S = 3,2$.

Ответ: 3,2.

Задание №3.

На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое всех положительных из них равно 4, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8.

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Решение:

Пусть среди написанных k положительных, l отрицательных и m нулей. Сумма набора чисел равна количеству чисел в этом наборе, умноженному на его среднее арифметическое, поэтому $4k - 8l + 0 \cdot m = 3(k + l + m)$.

а) Заметим, что в левой части приведенного выше равенства каждое слагаемое делится на 4, поэтому $k + l + m$ – количество целых чисел – делится на 4. По условию $40 < k + l + m < 48$, поэтому $k + l + m = 44$. Таким образом, написано 44 числа.

б) Приведем равенство $4k - 8l = -3(k + l + m)$ к виду $5l = 7k + 3m$. Так как $m \geq 0$, получаем, что $5l \geq 7k$, откуда $l \geq k$. Следовательно, отрицательных чисел больше, чем положительных.

в) Подставим $k + l + m = 44$ в правую часть равенства $4k - 8l = -3(k + l + m)$: $4k - 8l = -132$, откуда $k = 2l - 33$. Так как $k + l \leq 44$, получаем $3l - 33 \leq 44$; $3l \leq 77$; $l \leq 25$; $k = 2l - 33 \leq 17$, то есть положительных чисел не более 17.

Приведем пример, когда положительных чисел ровно 17. Пусть на доске 17 раз написано число 4, 25 раз написано число -8 и два раза написан 0. Тогда

$$\frac{4 \cdot 17 - 8 \cdot 25}{44} = -3$$

; указанный набор удовлетворяет всем условиям задачи.

Ответ: а) 44; б) отрицательных; в) 17.

Приложение №4

Текст итогового тестирования учителей

Задание №1.

$$\sqrt{\sin x \cos x} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} 2x} + 1 \right) = 0$$

Решите уравнение:

Решение:

$$\sqrt{\sin x \cos x} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} 2x} + 1 \right) = 0$$

Преобразуем

$$\sqrt{\frac{1}{2} \sin 2x} \left(\frac{\operatorname{tg} 2x + 1}{\operatorname{tg} 2x} \right) = 0$$

уравнение:

⇔

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2x + 1 &= 0, \\ \sin 2x &\geq 0, \\ \operatorname{tg} 2x &\neq 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 2x &= 0, \\ \operatorname{tg} 2x &\neq 0 \end{aligned}$$

Откуда получаем, что

или

В первом случае решений нет. Во втором случае:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2x + 1 &= 0, \\ \sin 2x &\geq 0, \\ \operatorname{tg} 2x &\neq 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2x &= -1, \\ \sin 2x &> 0. \end{aligned}$$

$$2x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z},$$

$$\sin 2x > 0$$

$$\Leftrightarrow$$

⇔

$$\Leftrightarrow$$

⇔

$$\Leftrightarrow$$

⇔

$$2x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Задание №2.

В треугольнике ABC , $AB=14$, $BC=18$, $AC=8$. Точка D лежит на прямой BC , причем $BD:DC=1:5$. Окружности, вписанные в треугольники ADC и ADB , касаются стороны AD в точках E и F . Найдите длину отрезка EF .

Решение:

Пусть $AD=d$, $BD=x$, $CD=y$. Используя свойства касательных, подсчитаем разными способами периметры треугольников $P_{ADC} = AE + ED + DC + AC = d + y + 8 = 2DE + 2 \cdot 8$.

Откуда получаем: $DE = \frac{d+y-8}{2}$. Аналогично, $DF = \frac{d+x-14}{2}$.

$$EF = |DE - DF| = \left| \frac{6+y-x}{2} \right|$$

Тогда

Возможны два случая:

1. Точка D лежит на отрезке BC (см. рис. 3). Тогда $x=3$, $y=15$, значит, $EF=9$.

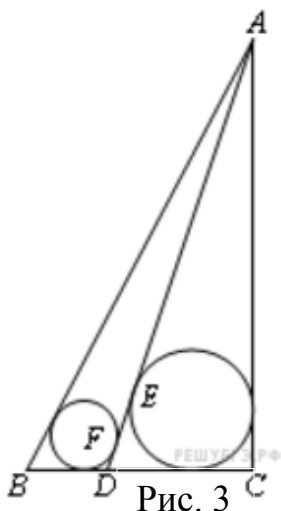


Рис. 3

2. Точка D лежит вне отрезка BC (см. рис. 4). Тогда $y - x = BC = 18$, значит, $EF = 12$.

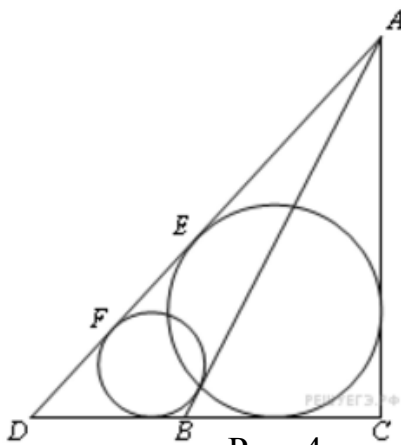


Рис. 4

Ответ: 9 или 12.

Задание №3.

Из первых 22 натуральных чисел 1, 2, ..., 22 выбрали $2k$ различных чисел. Выбранные числа разбили на пары и посчитали суммы чисел в каждой паре. Оказалось, что все полученные суммы различны и не превосходят 27.

а) Может ли получиться так, что сумма всех $2k$ выбранных чисел равняется 170 и в каждой паре одно из чисел ровно в три раза больше другого?

б) Может ли число k быть равным 11?

в) Найдите наибольшее возможное значение числа k .

Решение:

а) Если в каждой паре одно число втрое больше другого, то сумма чисел в каждой паре делится на 4. Значит, сумма всех выбранных чисел делится на 4. Число 170 не делится на 4, поэтому такого быть не может.

б) Если $k=11$ то выбраны все 22 числа от 1 до 22. Их сумма равна 253. С другой стороны, по условию суммы чисел в каждой паре различны и не

превосходят 27. Значит, их сумма не превосходит $27+26+\dots+17=242$. Полученное противоречие показывает, что число k не может быть равным 11.

в) В предыдущем пункте было показано, что k не может равняться 11. Десять пар (13; 14), (11; 15), (9; 16), (7; 17), (5; 18), (3; 19), (1; 20), (2; 8), (4; 10), (6; 12) удовлетворяют всем условиям задачи. Значит, наибольшее возможное значение числа k — это 10.

Ответ: 10.

Приложение №5

Опросный лист самооценки и оценки профессиональной деятельности личности педагога

Дорогой коллега! Просим Вас принять участие в исследовании, в котором изучается владение учителями математики профессиональными компетентностями. Научная ценность исследования будет зависеть от того, насколько откровенно и самостоятельно Вы ответите на вопросы. Поэтому просим Вас отнестись к заполнению опросного листа серьезно и доброжелательно.

Оцените по пятибалльной шкале (1 – низкий уровень, 5 – самый высокий уровень) ваше владение компетенциями:

I. Результаты деятельности учителя

1. Наличие у учащихся прочных и глубоких знаний по предмету	
2. Наличие у учащихся устойчивого интереса к предмету, способности к самообразованию	
3. Наличие у учащихся прочных умений и навыков в самостоятельном использовании знаний по предмету в учебной и внеклассной деятельности	
4. Наличие у учащихся творческих способностей	
5. Развитие волевых качеств личности учащегося, способность к самовоспитанию и самодисциплине	

II. Уровень знаний учителя

1. Знание преподаваемого предмета	
2. Общая эрудиция	
3. Знание методики преподавания предмета	
4. Знание методики внеклассной работы	
5. Знание индивидуально-психологических особенностей учащихся	
6. Знание психологии коллектива	

III. Гностические умения

1. Умение систематически пополнять свои знания путем самообразования	
2. Умение систематически пополнять свои знания путем изучения опыта своих коллег	
3. Умение изучать личность учащегося и особенности коллектива в плане выявления уровня их развития и условий, влияющих на результаты обучения и воспитания	
4. Умение изучать достоинства и недостатки собственной личности и деятельности и перестраивать свою деятельность в соответствии с целями и условиями ее протекания	

IV. Умение проектирования

1. Планирование урока и системы уроков в соответствии с целями обучения, характером материала, ступенями обучения, с учетом межпредметных связей	
2. Планирование обучения с учетом психологических закономерностей овладения предметом, предупреждение возможных затруднений учащихся	
3. Планирование внеклассной работы в единстве с целями и задачами учебной работы по предмету	

4. Умение методически целесообразно использовать средства наглядности и ТСО на уроках и во внеклассной работе	
---	--

V. Конструктивные умения

1. Выбор оптимальных приемов и способов обучения с учетом общих и частных целей обучения	
2. Расположение материала от легкого и простого к более трудному и сложного	
3. Определение объектов и выбор способов контроля усвоения учащимися материала и уровня сформированности умений.	
4. Умение предусматривать возможные затруднения учащихся в тех или иных видах деятельности.	
5. Умение оптимально выбирать групповые и индивидуальные формы работы	
6. Рациональное распределение времени на уроке, логически обусловленные переходы от одного этапа урока к другому	

VI. Организаторские умения

1. Организация классного коллектива и целенаправленное управление его деятельности с учетом динамики развития данного коллектива учащихся на протяжении всего курса обучения	
2. Организация своей деятельности и деятельности учащихся для реализации намеченного плана урока (серии уроков)	
3. Организация факультативных занятий и кружков по предмету с учетом интересов учащихся	
4. Реализация, оценка и корректировка по мере необходимости намеченных планов во внеклассной работе	
5. Использование различных приемов включения учащихся в учебную, трудовую, общественную деятельность, обучение их самоорганизации	

VII. Коммуникативные умения

1. Умение устанавливать педагогически целесообразные контакты: учитель-класс, учитель – ученик, ученик-класс, ученик-ученик	
2. Умение раскрывать систему перспективных линий развития коллектива и личности, внушать уверенность в успехе	
3. Умение найти в ученике наиболее сильные стороны его личности и внушить ему уверенность в своих силах	
4. Требовательность и справедливость во взаимоотношениях с учащимися	
5. Предотвращение и разрешение конфликтов (подход к событиям с точки зрения ученика, измерение его позиции путем раскрытия перед ним подлинных ценностей, преодоление чувства личной неприязни)	

Благодарим за оказанную помощь! Ваше мнение важно для нас!

Приложение №6

Семинар для молодых учителей математики на тему «Проблемы учащихся, возникающие при решении задач повышенной трудности»

19 марта 2019 года учителя математики МБОУ СОШ №2 г. Батайска Ростовской области организовали методический семинар для молодых учителей математики по теме «Проблемы учащихся, возникающие при решении задач повышенной трудности».

МБОУ СОШ №2 является ресурсным центром по подготовке учащихся к решению задач повышенной трудности. В семинаре приняли участие пять молодых учителей математики, которые в процессе работы семинара познакомились с проблемами учащихся.

Учитель математики высшей категории Васенина Татьяна Викторовна осветила проблемы, возникающие у учащихся при решении проблем повышенной трудности:

«Почему возникают трудности у учащихся при решении олимпиадных задач?

Учитывая специфичность математического содержания, совершенно естественно, что основные проблемы по этому поводу связаны с формированием познавательного (когнитивного) компонента и его отдельных составляющих. Наиболее значимыми среди них являются:

1) недостатки в пространственных представлениях, затрудняющие формирование понятие числового ряда и его свойств;

2) недостаточное развитие понятийного мышления, создающее трудности в формулировании правила на основе анализа нескольких примеров, в запоминании схемы рассуждения при решении типовых задач;

3) низкий уровень развития логических операций (сравнения, обобщения и абстрагирования), слабость развития которых не позволяет ребенку выделять существенные признаки изучаемых понятий, классифицировать их и систематизировать;

4) особенность мышления школьников – его конкретность, однолинейность и инертность. В этом случае ребенку трудно отвлечься от сюжетной стороны задачи, сделать верные умозаключения, оперировать одновременно всеми нужными для решения задачи данными, перейти от одного способа решения к другому, подобрать способ решения при измененных условиях.

Одним из направлений в обучении учащихся является расширение кругозора, повышение мотивации учения и самообучения. Кроме этого для успешного усвоения предмета необходимо создать для учащихся ситуацию успеха: дать почувствовать, что они могут найти решение трудных задач».

Ленинова Анна Владимировна, учитель математики первой категории, обозначила пути решения перечисленных проблем:

«Для развития познавательной активности и самостоятельности учащихся, необходимо закладывать творческий поиск, увлеченность, целеустремленность и чувство ответственности перед самим собой. Необходимо развивать творческое мышление у учащихся, позволяющее решать

сложные и нестандартные задачи, применять или находить оригинальные и нестандартные пути решения.

Именно систематическая работа над усовершенствованием творческой деятельности может осуществляться на секционных занятиях. Невозможно повысить интерес к предмету только учебным материалом без дополнительной занимательной и развивающей информации.

Процесс обучения должен строиться на ряде методических принципов:

1. Принцип регулярности. Основная работа происходит не в классе, а дома, индивидуально. При этом лучше заниматься каждый день по 1 часу, чем 1 раз по многу часов.

2. Принцип параллельности. Изучать 1 тему, в которую включены задания из ранее изученных.

3. Принцип опережающей сложности. Задавать на дом 7-8 доступных задач, 3-4 более сложных, 1-2 превышающие возможности самых сильных учеников. Думая над сложной задачей, процесс усвоения новых идей более эффективен.

4. Принцип самоконтроля. Умение анализировать получившийся ответ с ответом, данным в учебном пособии.

Систематическое и целенаправленное решение задач повышенной трудности с учетом уровня развития познавательных способностей ученика будет способствовать развитию всех познавательных процессов школьников, а также математической интуиции и творческого подхода к решению самых разнообразных задач».

Приложение №7

Семинар для молодых учителей математики на тему «Проблемы учащихся, возникающие при решении задач повышенной трудности, и пути их решения»

29 ноября 2019 года на базе МБОУ СОШ №2 г. Батайска Ростовской области состоялся методический семинар для молодых учителей математики по теме «Проблемы учащихся, возникающие при решении задач повышенной трудности, и пути их решения».

МБОУ СОШ №2 является ресурсным центром по подготовке учащихся к решению задач повышенной трудности. В семинаре приняли участие шесть молодых учителей математики города Батайска, а также учителя МБОУ СОШ №2.

Учитель математики высшей категории Логинова Татьяна Энгильсовна представила выступление на тему «Современные подходы в преподавании математики»:

«Модернизация школьного образования, реализуемая в настоящее время в рамках апробации и внедрения Федеральных государственных стандартов общего образования на первое место выдвигает требования к результатам образования, которые должны быть значимы за пределами системы образования. Поэтому цель российского школьного образования XXI века – создание условий для самореализации ученика в учебном процессе, формирование у школьника готовности быть субъектом продуктивной, самостоятельной деятельности на всех этапах своего жизненного пути.

Увеличение умственной нагрузки на уроках математики заставляет задуматься над тем, как поддержать у учащихся интерес к изучаемому материалу, их активность на протяжении всего урока. Возникновение интереса к математике зависит в большей степени от методики ее преподавания, от того, насколько умело будет построена учебная работа. В связи с этим ведутся поиски новых эффективных методов обучения и методических приемов, которые активизировали бы мысль школьников, стимулировали бы их к самостоятельному приобретению знаний. Педагогу надо задуматься о том, чтобы каждый ученик работал активно, увлеченно, а это использовать как отправную точку для возникновения и развития любознательности, познавательного интереса. В подростковом возрасте формируются постоянные интересы и склонности к тому или иному предмету, именно в этот период нужно стремиться раскрыть притягательные стороны математики».

Ленивов Вячеслав Анатольевич, учитель математики первой категории, представил выступление на тему «Решение текстовых задач»:

«Одним из вопросов методики преподавания математики является вопрос формирования у учащихся умений и навыков решения текстовых задач. Задачи являются материалом для ознакомления учащихся с новыми понятиями, для развития логического мышления, формирования межпредметных связей. Задачи позволяют применять знания, полученные

при изучении математики, при решении вопросов, которые возникают в жизни человека.

Этапы решения задач являются формами развития мыслительной деятельности. Для решения текстовых задач применяются три основных метода: арифметический, алгебраический и комбинированный.

Арифметический метод

Арифметические способы решения текстовых задач приучают детей к первым абстракциям, позволяют воспитывать логическую культуру, могут способствовать созданию благоприятного эмоционального фона обучения, развитию у школьников эстетического чувства применительно к решению задачи и изучению математики, вызывая интерес сначала к процессу поиска решения задачи, а потом и к изучаемому предмету.

Использование исторических задач и разнообразных старинных (арифметических) способов их решения не только обогащает опыт мыслительной деятельности учащихся, но и позволяет им осваивать важный культурно-исторический пласт истории человечества, связанный с поиском решения задач. Это важный внутренний (связанный с предметом), а не внешний (связанный с отметками, поощрениями и т.п.) стимул к поиску решений задач и изучению математики.

Первым этапом решения задач арифметическим методом является разбор условия задачи и составление плана её решения. Этот этап решения задачи сопровождается максимальной мыслительной деятельностью.

Вторым этапом является решение задачи по составленному плану. Этот этап решения проводится учащимися без особых затруднений и в большинстве случаев носит тренировочный характер.

Третьим важным этапом решения задачи является проверка решения задачи. Она проводится по условию задачи. Пренебрежение проверкой при решении задачи, замена её проверкой ответов снижает роль решения задачи в процессе развития логического мышления учащихся.

При решении текстовых задач арифметическим методом у учащихся вырабатываются определённые умения и навыки, которые в процессе дальнейшего обучения должны совершенствоваться и закрепляться.

К ним относятся следующие умения и навыки:

- краткая запись условия задачи.
- изображение условия задачи с помощью рисунка.
- логические приёмы мышления: наблюдение и сравнение, анализ и синтез, абстрагирование и конкретизация, обобщение и ограничение, умозаключения индуктивного и дедуктивного характера и умозаключения по аналогии.

Выполнение арифметических действий над величинами (числами). Эти умения и навыки, несомненно, представляют интерес. Но почти все из них можно отнести к числу умений и навыков, формирующихся у учащихся при решении нестандартных задач. Решение таких задач следует проводить систематически наряду с решением стандартных текстовых задач.

Алгебраический метод.

Под алгебраическим методом решения задач понимается такой метод решения, когда неизвестные величины находятся в результате решения уравнения или системы уравнений, решения неравенства или системы неравенств, составленных по условию задачи. Иногда алгебраическое решение задачи бывает очень сложным.

При решении задач алгебраическим методом основная мыслительная деятельность сосредотачивается на первом этапе решения задачи: на разборе условия задачи, введении неизвестных и составлении уравнений или неравенств по условию задачи.

Вторым этапом является решение составленного уравнения или системы уравнений, неравенства или системы неравенств.

Третьим важным этапом решения задач является проверка решения задачи, которая проводится по условию задачи.

Комбинированный метод.

Этот метод получается в результате включения в алгебраический метод решения задач решение, в котором часть неизвестных величин определяется с помощью решения уравнения или системы уравнений, неравенств или систем неравенств, а другая часть – арифметическим методом. В этом случае решение текстовых задач значительно упрощается.

При решении текстовых задач учащимся могут помочь несколько простых и общих советов, а также приведённые ниже примеры решения задач.

Совет 1. Не просто прочитайте, а тщательно изучите условие задачи. Попробуйте полученную информацию представить в другом виде – это может быть рисунок, таблица или просто краткая запись условия задачи.

Совет 2. Выбор неизвестных. В задачах "на движение" – это обычно скорость, время, путь. В задачах "на работу" – производительность и т.д.

Не надо бояться большого количества неизвестных или уравнений.

Главное, чтобы они соответствовали условию задачи, и можно было составить соответствующую "математическую модель" (уравнение, неравенство, система уравнений или неравенств).

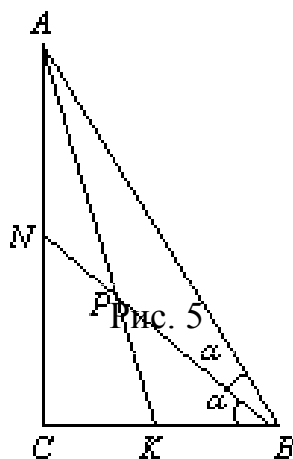
Совет 3. Составление и решение "математической модели".

При составлении "математической модели" ещё раз внимательно прочитайте условие задачи. Проследите за тем, что соответствует каждой фразе текста задачи в полученной математической записи и чему в тексте задачи соответствует каждый "знак" полученной записи (сами неизвестные, действия над ними, полученные уравнения, неравенства или их системы)».

Ленинова Анна Владимировна, учитель математики первой категории, представила пример решения задачи повышенной трудности:

«В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB медиана AK пересекает биссектрису BN в точке P . Найти стороны треугольника ABC , если известно, что $BP = 3$, $PN = 2$.

Решение:



1. Любая медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника. АК – медиана $\triangle ABC$ (см. рис. 5) $\Rightarrow S(\triangle ACK) = S(\triangle AKB)$.

2. BN биссектриса, значит $\angle NBC = \angle ABN$. Обозначим градусную меру этих углов за α .

3. По условию $AK \cap BN = P$, $BP = 3$, $PN = 2$, тогда $BN = 5$.

4. $S(\triangle ABC) = S(\triangle ABN) + S(\triangle BNC)$, поэтому

$$\frac{1}{2} CB \cdot AB \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{2} CB \cdot NB \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} NB \cdot AB \cdot \sin \alpha \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} CB \cdot AB \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} NB \cdot \sin \alpha \cdot (CB + AB) \Rightarrow CB \cdot AB \cdot \cos \alpha = \frac{5}{2} \cdot (CB + AB)$$

5. $S(\triangle ABC) = 2 \cdot S(\triangle AKB)$ и $S(\triangle AKB) = S(\triangle PBK) + S(\triangle APB)$, тогда

$$\frac{1}{2} CB \cdot AB \cdot \sin 2\alpha = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} BP \cdot KB \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} PB \cdot AB \cdot \sin \alpha \right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} CB \cdot AB \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = BP \cdot \sin \alpha \cdot (KB + AB) \Rightarrow CB \cdot AB \cdot \cos \alpha = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} CB + AB \right)$$

6. Сравнивая равенства, полученные в пунктах 4 и 5, составляем уравнение:

$$3 \cdot \left(\frac{1}{2} CB + AB \right) = \frac{5}{2} \cdot (CB + AB) \Rightarrow CB = \frac{1}{2} AB$$

, где CB – катет прямоугольного треугольника, AB – его гипотенуза, значит в $\triangle ABC$ $\angle A = 30^\circ$, а $\angle B = 60^\circ$, причем $\angle NBC = \angle ABN = 30^\circ$ и $\triangle ABN$ – равнобедренный $\Rightarrow AN = NB = 5$.

7. По свойству биссектрисы угла треугольника, биссектриса делит сторону, к которой она проводится, на отрезки, пропорциональные прилежащим к ним сторонам треугольника, тогда

$$\frac{AB}{AN} = \frac{BC}{CN} \Rightarrow \frac{AB}{5} = \frac{\frac{1}{2} AB}{CN} \Rightarrow CN = \frac{\frac{5}{2} AB}{AB} = \frac{5}{2} = 2,5$$

. Откуда находим $AC = AN + NC = 5 + 2,5 = 7,5$.

8. $CB = AC \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{15}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. $AB = \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{15}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$.

Ответ: $AC = 7,5$; $CB = \frac{5\sqrt{3}}{2}$; $AB = 5\sqrt{3}$.».

Садков Вячеслав, ученик 5Е класса, представил решение олимпиадной задачи:

Среди 2001 монеты одна фальшивая. Как в два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, легче эта монета или тяжелее, чем настоящая?

Решение:

Первым взвешиванием сравним тысячу монет с другой тысячей монет. Если весы уравновесятся, фальшивая монета – та, которая не попала на весы.

Тогда вторым взвешиванием узнаем, тяжелее она или легче любой другой монеты. Если же весы не уравновесятся, то возьмем, например, более легкую тысячу монет и вторым взвешиванием сравним ее половины. Если они уравнились, то фальшивая монета среди более тяжелой тысячи, т.е. фальшивая монета тяжелее настоящей. А если не уравнились, то фальшивая монета среди более легкой тысячи, т.е. она легче, чем настоящая.

Итоги семинара подвела руководитель методического объединения математики и информатики МБОУ СОШ №2 Андреева Елена Станиславовна:

«Решение задачи крайне сложный процесс, при описании которого невозможно исчерпать все многообразие его сторон. Дать учащимся правила, позволяющие решить любую нестандартную задачу, так как нестандартные задачи неповторимы, а универсального метода, позволяющего решить любую задачу, нет. Даже строгое выполнение всех указаний и следование советам учителя не сможет творческий процесс отыскания решений нестандартных задач уложить в определенные схемы.

Задачи повышенной трудности служат переходным мостом от классной работы к внеклассной, служат хорошим материалом для выявления наиболее способных к математике учащихся, для дополнительных заданий, как в школе, так и дома.

Последовательное осуществление органической связи между повседневной учебной работой на уроках и внеклассной работой с помощью задач повышенной трудности позволит учителю добиться больших успехов в развитии математических способностей отдельных учащихся и всего класса в целом».

Приложение №8

Модель проведения лабораторной работы «Применение свойств логарифмов, логарифмической функции при решении задач технического содержания»

Выполняя лабораторную работу, учащиеся овладевают:

1. учебно-интеллектуальными умениями и навыками: выполняют практические расчеты по формулам, содержащим степени, используя справочные таблицы, калькуляторы, компьютеры;
2. учебно-исследовательскими навыками: исследуют математические модели: анализируют, сравнивают с помощью свойств логарифмов, логарифмической функции реальные зависимости, представляя их графически;
3. учебно-организационными навыками: продолжают формировать навыки «мозгового штурма», учатся работать в группе; планируют свою работу, осуществляют самоконтроль.

Краткая аннотация. При проведении лабораторной работы учащиеся разделены на группы с различным уровнем знаний, мышления. Слабым учащимся предоставляется текст технической задачи, сильным – найти или составить задачу, используя имеющуюся в кабинете техническую литературу и ресурсы сети Интернет. Все работают с математической моделью:

- проводят расчеты;
- анализируют;
- систематизируют;
- строят графики зависимости переменных, обобщают.

Организация работы

До урока:

1. Класс делится на группы, с учетом уровня знаний и мышления.
2. Учитель определяет своё место и действия групп на уроке. Проводит инструктаж с консультантами.

На уроке проекты и результаты работ оцениваются учителем по критериям:

- верность полученных результатов;
- полнота обоснования;
- выдвигаемая гипотеза, её проверка;
- рациональная организация работы в группе;
- компьютерная грамотность оформления проекта.

Для сильных учащихся ставится задача составить или найти задачу практического содержания, решаемую с применением свойств логарифмов и логарифмической функции, выполнить лабораторную работу. Работу оформляют в виде проекта.

Используя материал, предоставленный заранее, поисковые службы сети Интернет, учащиеся знакомятся с видами подшипников, выбирают или составляют задачу, обсуждают план работы. Среди шарикоподшипников выбирают упорный, рассчитывают коэффициент его работоспособности по задан-

ным параметрам, обсуждают причины сокращения срока службы подшипника.

В ходе выполнения лабораторной работы учащиеся теоретически обосновывают решения, пользуются банком данных (таблица «Упорные подшипники»), выдвигают гипотезу о том, что применение графика логарифмической функции позволяет определить зависимость коэффициента работоспособности подшипника от допускаемой осевой нагрузки. Используя математический аппарат, подтверждают или опровергают гипотезу.

Группам слабых учащихся дается задача реального процесса: *«Определить скорость резания при обработке серого чугуна на токарном станке, если глубина резания $t=2$ мм, а подача $S=0,4$ мм/об». Использовать формулу для определения экономической скорости:*

$$V_{\text{эк}} = 32,6 / (t^{0,16} \cdot S^{0,38}) \text{ м/мин}.$$

Ставится цель определить скорость, графически обосновать зависимость скорости от глубины резания, сделать вывод, основные этапы работы оформить в виде презентации и защитить.

Обсуждается ход работы. Группы знакомятся с технической терминологией, выясняют параметры, определяющие скорость резания при обработке серого чугуна на токарном станке. Скорость находят, используя метод логарифмирования; строят график зависимости скорости от глубины резания, анализируют и убеждаются в предполагаемой гипотезе.

Лабораторная работа

«Применение свойств логарифмов, логарифмической функции при решении задач технического содержания»

1. Задачи:

Задача №1: *Выбор упорного шарикоподшипника, работающего при нормальной температуре и со спокойной нагрузкой, производится по следующей формуле: $C=A \cdot (n \cdot h)^{0,3}$. Выбрать подшипник, если $A=1000$ кг, $n=700$ об/мин, $h=10000$ часов.*

Задача №2: *Определить скорость резания при обработке серого чугуна на токарном станке, если глубина резания $t=2$ мм, а подача $S=0,4$ мм/об». Использовать формулу для определения экономической скорости:*

$$V_{\text{эк}} = 32,6 / (t^{0,16} \cdot S^{0,38}) \text{ м/мин}.$$

2. Условные обозначения

C – коэффициент работоспособности подшипника, определяется из таблиц подшипников в зависимости от типа и номера выбранного подшипника,

A – осевая нагрузка (кг),

n – число оборотов,

h – долговечность подшипника (ч).

3. Справочная таблица (выдержка из таблицы упорных подшипников)

Условное обозначение	Габариты подшипника	Коэффициент ра-	Допускаема	Вес
----------------------	---------------------	-----------------	------------	-----

подшипника	d, мм	D, мм	H, мм	ботоспособности С	статистиче- ская нагруз- ка кГ	под- шип- ника кГ
8215	75	110	27	92000	12000	0,86
8216	80	115	28	96000	12600	0,95
8217	85	125	31	116000	16800	1,25
8218	90	135	35	140000	19500	1,77
8220	100	150	38	170000	23500	2,4

4. Ход лабораторной работы

Вариант 1 (группа сильных учащихся)

1. Выбрать задачу по заданной теме из представленной литературы (или решить задачу №1).
2. Ознакомиться с условием задачи и технической терминологией.
3. Используя поисковые службы сети Интернет или рисунки, представленные в технической литературе, рассмотреть виды подшипников, найти нужный для решения задачи.
4. Решить задачу.
5. В ответе записать номер условного обозначения подшипника, используя технические справочники.
6. Сформулировать гипотезу зависимости коэффициента работоспособности упорного шарикоподшипника от осевой нагрузки.
7. Подтвердить или опровергнуть гипотезу, используя график логарифмической функции.
8. Сделать вывод.
9. Оформить работу в виде проекта.
10. Защитить перед учащимися класса с использованием презентации.

Вариант 2 (группа учащихся с пониженным уровнем знаний)

1. Ознакомиться с условием задачи №2 и технической терминологией.
2. Решить задачу.
3. Сформулировать гипотезу зависимости экономической скорости от глубины резания.
4. Составить таблицу зависимости $\lg V_{\text{эк.}}$ от t . $\lg V_{\text{эк.}}$ принять за Y . Построить график.
5. Подтвердить или опровергнуть гипотезу, используя график. По графику определить вид функции, зависимость экономической скорости резания токарного станка от глубины резания.
6. Сделать вывод.
7. Оформить работу.
8. Защитить перед учащимися класса.

Далее представлены фрагменты презентации проекта, созданной с помощью программы Microsoft PowerPoint (рис. 6).

Применение свойств логарифмов, логарифмической функции при решении задач технического содержания

Лабораторная работа

Цель:

- показать свойства логарифмов, логарифмической функции при решении задач практического содержания

? : Где и как используются свойства логарифмов, логарифмической функции при решении технической задачи.

Формула для вычисления

$$C = A * (n * h)^{0,3}$$

- Условные обозначения
- C – коэффициент работоспособности подшипника, определяется из таблиц подшипников в зависимости от типа и номера выбранного подшипника,
- A – осевая нагрузка (кг),
- n – число оборотов,
- h – долговечность подшипника (ч)

Виды подшипников



Радиальные шарикоподшипники



Радиально-упорные шарикоподшипники



Цилиндрические роликоподшипники



Упорные шарикоподшипники



Конические роликоподшипники



Самоустанавливающиеся шарикоподшипники

Гипотеза

- Применение графика логарифмической функции позволяет определить зависимость коэффициента работоспособности подшипника от допускаемой осевой нагрузки

График функции $y = \lg A + 2.05$ (n, h - постоянные)

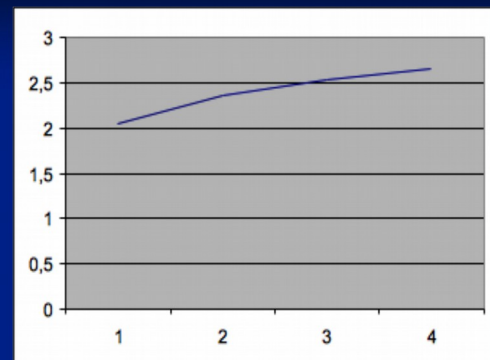


Рис. 6

Приложение №9

Некоторые задачи, сводящиеся к составлению неопределённых уравнений первой и второй степени с двумя неизвестными

Задача 1.

Группу школьников нужно перевезти из летнего лагеря одним из двух способов: либо двумя автобусами типа A за несколько рейсов, либо тремя автобусами типа B за несколько рейсов, причем в этом случае число рейсов каждого автобуса типа B будет на один меньше, чем рейсов каждого автобуса типа A . В каждом из случаев автобусы заполняются полностью. Какое максимальное количество школьников можно перевезти при указанных условиях, если в автобус типа B входит на 7 человек меньше, чем в автобус типа A ?

Решение.

Пусть в автобус типа B входит k человек, а в автобус типа A входит $k+7$ человек.

Пусть каждый из трех автобусов типа B сделает по m рейсов, а каждый из двух автобусов типа A – по $m+1$.

Так как в обоих случаях автобусы перевезут одно и то же количество детей.

$$\begin{aligned} \text{Получаем уравнение: } 3km &= 2(k+7)(m+1) ; \\ km &= 14m + 2k + 14 ; \\ m(k-14) &= 2k + 14 . \end{aligned}$$

$$\text{При } k > 14 \text{ получаем: } m = \frac{2k+14}{k-14} \text{ или } m = 2 + \frac{42}{k-14} .$$

Число $k-14$ – один из восьми делителей числа 42. Перебирая их по очереди, мы получим все возможные решения (8 пар k и m): $(14; 44)$, $(16; 23)$, $(17; 16)$, $(20; 9)$, $(21; 8)$, $(21; 5)$, $(35; 4)$, $(56; 3)$.

Для каждой пары последовательно находим количества перевозимых детей, равные $3km$: 1980, 1104, 816, 540, 504, 420, 504.

Ответ: 1980 детей перевозятся тремя автобусами типа B (по 15 человек) или двумя автобусами типа A (по 22 человека) за 45 рейсов.

Задача 2.

Шарики можно разложить в пакетики, а пакетики упаковать в коробки, по 3 пакетика в одну коробку. Можно эти же шарики разложить в пакетики так, что в каждом пакете будет на 3 шарика больше, чем раньше, но тогда в каждой коробке будет лежать по 2 пакетика, а коробок потребуется на 2

больше. Какое наибольшее количество шариков может быть при таких условиях?

Решение.

Пусть в каждой из коробок лежит 3 пакетика, по n шариков в каждом. Во втором случае коробка $x+2$, пакетиков в коробке 2, а шариков в пакетике $n+3$. По условию задачи получаем уравнение: $3nx = 2(n+3)(x+2)$,

откуда
$$n = \frac{6x+12}{x-4} = 6 + \frac{36}{x-4} = 6 \left(1 + \frac{6}{x-4} \right).$$

Заметим, что из $n > 0$ следует, что $\frac{6}{x-4} > -1$, откуда $x > 4$.

Учитывая, что числа n и x натуральные, получаем, что $x-4$ – натуральный делитель числа 36.

Количество шариков при этом

$$f(x) = 3nx = 18 \left(x + \frac{6x}{x-4} \right) = 18 \left(x + \frac{24}{x-4} \right) + 108.$$

Решение находим, исследуя функцию $y = x + \frac{24}{x-4}$. Данная функция монотонно убывает при $4 < x \leq 4 + 2\sqrt{6}$ и монотонно возрастает при $x \geq 4 + 2\sqrt{6}$. Следовательно, наибольшее значение функции $f(x)$ достигается, если $x-4$ – наибольший или наименьший натуральный делитель числа 36.

Если $x-4=1$, то $x=5$, $f(5) = 18(5+24) + 108 = 630$.

Если $x-4=36$, то $x=40$, $f(40) = 18 \left(40 + \frac{24}{3} \right) + 108 = 840$.

Ответ: 840 шариков.

Задача 3.

Целые числа x , y , z образуют геометрическую прогрессию, а числа $5x+3$, y^2 , $3z+5$ – арифметическую прогрессию (в указанном порядке). Найти x , y , z .

Решение.

$$\begin{aligned} y^2 &= xz \\ 2y^2 &= 5x + 3z + 8 \end{aligned}$$

Из системы уравнений $\begin{cases} y^2 = xz \\ 2y^2 = 5x + 3z + 8 \end{cases}$, $x, z \in \mathbb{Z}$, получим соотношение $2xz = 5x + 3z + 8 \Leftrightarrow 2z = 5 + \frac{31}{2x-3}$. Учитывая условие целочисленности, приходим к выводу, что выражение $\frac{31}{2x-3}$ принимает целые значения.

ния, т.е. разность $2x-3$ является делителем 31. Итак, возможны лишь случаи $2x-3=\pm 1; \pm 31$. Осуществляя их перебор с учетом требований $xz \geq 0$, $y \in \mathbb{Z}$, имеем единственную возможность $x=2$, $z=18$, $y^2=36$, приводящую к ответу.

Ответ: $(2; 6; 18)$, $(2; -6; 18)$.

Задача 4.

Последние члены двух конечных арифметических прогрессий $a_1=5$, $a_2=8$, ..., a_N и $b_1=9$, $b_2=14$, ..., b_M совпадают, а сумма всех совпадающих (взятых по одному разу) членов этих прогрессий равна 815. Найти число членов в каждой прогрессии.

Решение.

Имеем $a_m=5+3(m-1)$, $m=1, \dots, N$ и $b_k=9+5(k-1)$, $k=1, \dots, M$.

Общие члены прогрессий удовлетворяют уравнению $5+3(m-1)=9+5(k-1) \Leftrightarrow 3m=5k+2$. Левая часть последнего уравнения делится на 3, следовательно $k=3n-1$; $3m=15n-3$, где $1 \leq n \leq L$.

Найдем L . Общие члены двух прогрессий сами образуют арифметическую прогрессию с первым членом, равным 14, а последним – равным $15L-1$.

Значит, $\frac{14+15L-1}{2}L=815 \Leftrightarrow 15L^2+13L-1630=0$. Следовательно, $L=10$. Поэтому $M=3L-1=29$; $N=5L-1=49$.

Ответ: $M=29$, $N=49$.

Задача 5.

Натуральные числа a , b , c образуют возрастающую арифметическую прогрессию, причем все они больше 1000 и являются квадратами натуральных чисел. Найти наименьшее возможное, при указанных условиях, значение b .

Решение.

Пусть $a=x^2$, $b=y^2$, $c=z^2$.

$x < y < z$; $x \geq 32$; $y=x+t$, $t \in \mathbb{Z}$.

Тогда $2x^2+4xt+2t^2=x^2+z^2 \Leftrightarrow (x+2t+z)(x+2t-z)=2t^2$.

Пусть $p=x+2t+z$, $q=x+2t-z$; $p-q=2z$.

Значит, числа p и q – одинаковой четности, а так как $pq=2t^2$, то $p=2n$, $q=2m$, $(m, n \in \mathbb{Z})$.

Отсюда $t=2v$ $(v \in \mathbb{Z})$.

$$x+2t = \frac{p+q}{2} = n+m$$

$$z = \frac{p-q}{2} = n-m$$

$$nm = 2v^2$$

$$x = n+m-4v \geq 32$$

$$z = n-m \geq 34$$

$$nm = 2v^2$$

Значит, $\begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$.

При этих условиях необходимо найти минимум $y = n+m-2v$.

Так как $n \geq 35$, $m \geq 1$, то $2v^2 = nm \geq 35$. Отсюда $v \geq 5$.

Перебираем случаи:

$$nm = 50, n+m \geq 52 \\ n-m \geq 34, n \geq 35, m \geq 1$$

1) Если $v=5$, то $\begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$. Следовательно, решений нет.

$$nm = 72, nm \geq 56 \\ n-m \geq 34, n \geq 35, m \geq 1$$

2) Если $v=6$, то $\begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$. Следовательно, $y=61$.

$$nm = 98, nm \geq 60 \\ n-m \geq 34, n \geq 35, m \geq 1$$

3) Если $v=7$, то $\begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$. Следовательно, $y=85$.

$$nm = 128, nm \geq 64 \\ n-m \geq 34, n \geq 35, m \geq 1$$

4) Если $v=8$, то $\begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$. Следовательно, $y=113$; $y=50$.

5) Если $v=9$, то $y \geq 32+2v \geq 32+18=50$.

Значит, наименьшее значение $b=y^2=2500$, при этом $a=34^2$; $c=62^2$.

Ответ: 2500.

Задача 6.

Натуральные числа m и n таковы, что и m^3+n , и $m+m^3$ делится на m^2+n^2 . Найти m и n .

Решение.

Так как каждое из чисел m^3+n и $m+m^3$ делится на m^2+n^2 , т.е. справедливо равенство $m-n=x(m^2+n^2)$, где x – целое число.

Если $m>n$, то x – натуральное число и справедливы неравенства $m^2>m$, $n^2\geq n$, $m^2+n^2>m+n>m-n$, равенство $m-n=x(m^2+n^2)$ невозможно.

Если $m<n$, то верно равенство $n-m=-x(m^2+n^2)$, где $-x$ – натуральное число.

Так как для натуральных чисел m и n справедливы неравенства $m^2>m$, $n^2\geq n$, $m^2+n^2>m+n>m-n$, равенство $n-m=-x(m^2+n^2)$ невозможно.

Следовательно, $m=n$.

Перепишем условие задачи « $m+m^3$ делится на m^2+n^2 » (т.е. на $2m^2$) в виде $m+m^3=2ym^2$, где y – натуральное число.

Разделив равенство $m+m^3=2ym^2$ на натуральное число m , получим равенство $1+m^2=2ym$, которое перепишем в виде $(2y-m)m=1$.

Для натуральных чисел m и $2y-m$ равенство $(2y-m)m=1$ верно лишь при условии $m=1$ и $y=1$. Мы получили единственное решение задачи: $m=n=1$.

Ответ: $m=n=1$.

Задача 7.

Найти все такие пары натуральных чисел x и y таких, что x^3+y и y^3+x делятся на x^2+y^2 .

Решение.

Сначала докажем, что x и y взаимно просты.

Предположим, что это не так. Тогда x делится на p^m , а y делится на p^k , где p – некоторое простое число.

Будем считать, что $m\geq k$.

Так как x^3+y по условию делится на x^2+y^2 , то оно должно делиться на p^{2k} , так как на это число делится x^2+y^2 , но максимальная

степень P , на которую делится число $x^3 + y$, равна k . Полученное противоречие показывает, что x и y взаимно просты.

Рассмотрим тождество $x(x^2 + y^2) - (x^3 + y) = y(xy - 1)$. По условию его левая часть делится на $x^2 + y^2$, следовательно, на $x^2 + y^2$ должна делиться и правая часть. Так как x и y взаимно просты, то и y и $x^2 + y^2$ не могут иметь общий делитель, больший 1. Получается, что на $x^2 + y^2$ делится число $xy - 1$. Это возможно только если $xy - 1 = 0$, так как $x^2 + y^2 \geq 2xy > xy - 1$.

Итак, $xy = 1$, следовательно $x = y = 1$.

Ответ: $(1; 1)$.

Задача 8.

Найти все пары пятизначных чисел x и y такие, что число \overline{xy} , полученное приписыванием десятичной записи числа y после десятичной записи числа x , делится на xy .

Решение.

По условию задачи число $\overline{xy} = 10^5 x + y$ делится на xy , т.е. верно равенство $10^5 x + y = pxy$, где p – натуральное число.

Перепишем данное равенство в виде $10^5 x = (px - 1)y$.

Так как $px - 1$ не делится на x , то y делится на x ; т.е. $y = qx$, где q – натуральное число, меньшее 10 (в противном случае y не пятизначное число).

Заменив в равенстве $10^5 x + y = pxy$ y на qx и разделив полученное равенство на x , имеем: $10^5 + q = pqx$.

Так как $10^5 = (px - 1)q$, то 10^5 делится на q . Число 10^5 имеет делители, меньшие 10: 1, 2, 4, 5, 8.

Рассмотрим случаи:

1) Если $q = 1$, то равенство $10^5 + q = pqx$ имеет вид $px = 100001$. Первыми делителями числа 100001 являются 1 и 11, но при $p = 1$ и при $p \geq 11$ число x не пятизначное.

2) Если $q=2$, то равенство $10^5 + q = pqx$ имеет вид $px=50001$. Первыми делителями числа 50001 являются числа 1, 3 и 7.

При $p=1$ имеем: $x=50001$, $y=100002$, число y не пятизначное.

При $p=3$ имеем: $x=16667$, $y=2 \cdot 16667=33334$.

При $p \geq 7$ число x не пятизначное.

Итак, числа $x=16667$, $y=33334$ удовлетворяют условиям задачи.

3) Если $q=4$, то равенство $10^5 + q = pqx$ имеет вид $px=25001$. Первыми делителями числа 25001 являются числа 1 и 23.

При $p=1$ имеем $x=25001$, $y=100004$ число y не пятизначное.

При $p \geq 23$ число x не пятизначное.

4) Если $q=5$, то равенство $10^5 + q = pqx$ имеет вид $px=20001$.

При $p=1$ имеем $x=20001$, $y=100005$, число y не пятизначное.

При $p > 1$ число x не пятизначное.

5) Если $q=8$, то равенство $10^5 + q = pqx$ имеет вид $px=12501$.

При $p=1$ имеем $x=12501$, $y=100008$, число y не пятизначное.

При $p > 1$ число x не пятизначное.

Итак, в случаях 1), 3) – 5) не существует чисел x и y , удовлетворяющих условию задачи. Задача имеет единственное решение: $x=16667$, $y=33334$.

Ответ: $(16667; 33334)$.

Задача 9.

Найти все натуральные n , при каждом из которых число $n^2 + 5n + 16$ делится нацело на 169.

Решение.

Запишем равенство $n^2 + 5n + 16 = 169k$, где $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Преобразуем данное равенство: $n^2 + 5n - 36 + 52 = 13^2 k \Leftrightarrow (n-4)(n+9) = 13(13k-4)$.

Так как правая часть данного равенства $13(13k-4)$ делится на 13, следовательно, должна делиться и левая часть. Поэтому хотя бы один из его множителей ($n+9$ или $n-4$) должен делиться на 13.

Так как $(n+9) - (n-4) = 13$, то сразу оба числа $n+9$ и $n-4$ делятся на 13. Следовательно, их произведение делится на 169. Так как 52 не делится на 13, то и сумма $(n-4)(n+9) + 52$ не делится на 13. Значит, $n^2 + 5n + 16$ не делится нацело на 169, т.е. нет натуральных n , удовлетворяющих данному условию.

Ответ: таких чисел нет.